

Untersuchungen zu mikrowellenfokussierenden Beschleunigerstrukturen für zukünftige lineare Collider

Inaugural-Dissertation
zur
Erlangung des Doktorgrades
der Naturwissenschaften
vorgelegt beim Fachbereich Physik
der
Johann Wolfgang Goethe-Universität
zu Frankfurt am Main

von
Martin Kurz
aus Hanau am Main

Frankfurt am Main
1993
(DF1)

Gedruckt mit Genehmigung
des
Fachbereichs Physik
der Johann Wolfgang Goethe-Universität
Frankfurt am Main

Dekan:	Prof. Dr. R. Stock
Erster Gutachter:	Prof. Dr. H. Klein
Zweiter Gutachter:	Prof. Dr. P. Junior
Tag der Prüfung:	13. Dezember 1993

Inhaltsverzeichnis:

1. Einleitung	1
2. Collider für höchste Energien	3
2.1. Protonen-Antiprotonen-Beschleuniger	3
2.2. Elektronen-Positronen-Kreisbeschleuniger	4
2.3. Lineare Elektron-Positron-Collider	5
2.4. Anforderungen an einen zukünftigen Linear-Collider	6
2.4.1. <i>Luminosität</i>	6
2.4.2. <i>Beschleunigungsfeldstärke und Frequenz</i>	7
2.4.3. <i>Zusammenfassung der Forderungen an einen Linear-Collider</i>	8
2.4.4. <i>Gegenwärtig diskutierte Colliderprojekte</i>	9
3. Irisstrukturen	13
3.1. Erzeugung beschleunigender Felder	13
3.2. Verhalten der Felder in Achsennähe	16
3.3. Wichtige Kenngrößen einer Beschleunigerstruktur	17
3.3.1. <i>Shuntimpedanz</i>	17
3.3.2. <i>Güte</i>	19
4. Wakefelder und Wakepotentiale	21
4.1. Das Feld einer hochrelativistischen Punktladung	21
4.2. Das "Catch-Up"-Problem	22
4.3. Delta-Wakepotentiale und Verlustfaktor	24
4.4. Das Panofsky-Wenzel-Theorem	28

4.5. Eigenwellenentwicklung der Wakefelder	31
4.5.1. <i>Elektrisches und magnetisches Feld, Gesamtenergie</i>	31
4.5.2. <i>Das longitudinale Wakepotential</i>	34
4.5.3. <i>Fundamental Theorem of Beam Loading</i>	37
4.5.4. <i>Das transversale Wakepotential</i>	37
4.5.5. <i>Verallgemeinerung auf unterschiedliche Teilchenbahnen</i>	38
4.5.6. <i>Rückführung der Wakepotentiale auf Resonatorkenngrößen</i>	40
4.6. Skalierungsregeln für die Wakepotentiale	42
 5. Einzelbunch Strahlinstabilitäten (SBBU)	 45
5.1. Das Zwei-Teilchen-Modell	45
5.1.1. <i>Die Bewegungsgleichungen</i>	45
5.1.2. <i>Zusammenhang zwischen Δk und ΔE</i>	48
5.1.3. <i>Optimale Energieverschmierung (energy spread)</i>	50
5.1.4. <i>Matrix-Darstellung eines Linearbeschleunigers</i>	50
5.1.5. <i>Beam Blowup in einem Kanal ohne Beschleunigung</i>	53
5.2. BNS-Dämpfung	57
5.3. Möglichkeiten der Fokussierung mit Hilfe der Hochfrequenz	60
5.3.1. <i>Kräfte auf Teilchen in Rundblenden</i>	60
5.3.2. <i>Kräfte auf Teilchen in Blenden gebrochener Symmetrie</i>	64
5.4. Teilchendynamik in mikrowellenfokussierenden Strukturen	68
5.4.1. <i>FODO Kanal mit Mikrowellen-Quadrupolen</i>	68
5.4.2. <i>BNS-Dämpfung im Falle von MWQ-Fokussierung</i>	74

5.4.3. MWQ in Verbindung mit externer Fokussierung	77
5.4.4. FOFO-Kanal mit Rundblendenstrukturen	81
5.4.5. BNS-Dämpfung mit Rundblendenfokussierung	83
5.4.6. Rundblenden- in Verbindung mit äußerer Fokussierung	84
5.5. Experimentelle und numerische Bestimmung der Fokussierstärke eines MWQ	87
5.5.1. Resonante Störkörpertheorie	87
5.5.2. Zylinderresonator mit Rechteckblenden	92
5.6. Bestimmung des transversalen Verlustfaktors	103
5.6.1. Feldmessung mit Störstäben und verschiedenen Störkörpern	106
5.7. Beispiele: Hochfrequenzfokussierung für Linear-Collider in verschiedenen Frequenzbereichen	110
5.7.1. S-Band Collider	110
5.7.2. X-Band Collider	112
5.7.3. K-Band Collider	113
6. Multibunch-Strahlinstabilitäten (MBBU)	114
6.1. Allgemeine Einführung	114
6.2. Maßnahmen gegen MBBU	115
6.3. Matrixdarstellung des kumulativen BBU in einem Linearbeschleuniger	117
6.4. Stark bedämpfte Wakes, Daisy-Chain-Modell	118
6.5. MWQ-Struktur mit HOM-Dämpfern	120
6.5.1. Messung der Dämpfungsfaktoren mit Hilfe der nichtresonanten Störkörpermethode	120
6.5.2. HOM-Dämpfung durch Ankopplung an das Magnetfeld der Mode	122
6.5.3. HOM-Dämpfung durch Ankopplung an das Blendenfeld	131

*6.5.4. Diskussion der Ergebnisse für verschiedene
Collider-Konzepte*

133

7. Zusammenfassung

138

8. Literaturverzeichnis

143

1. Einleitung

Zur Erforschung immer kleinerer Strukturen der Materie benötigt die Elementarteilchenphysik Teilchenstrahlen höchster Energie. Gegenwärtig sind das Higgs-Boson und das Top-Quarks die Objekte des größten physikalischen Interesses. Das sog. "Top" ist das sechste und bisher noch nicht nachgewiesene Mitglied der Quark-Familie. Seine Masse wird unterhalb von etwa 180 GeV vermutet. Das Higgs-Boson spielt im sog. Standardmodell der Elementarteilchen eine wichtige Rolle. Seine Masse wird ebenfalls im Bereich zwischen 100 und 200 GeV vermutet. Es gibt eine gute Chance, das Top am Protonen-Antiprotonen-Beschleuniger TEVATRON des Fermilab in Chicago nachzuweisen. Seine physikalischen Eigenschaften lassen sich aber erst an zukünftigen Beschleunigern mit höherer Energie bestimmen.

Gegenwärtig werden daher mehrere verschiedene Beschleunigerkonzepte erwogen oder sind bereits in Planung bzw. im Bau. Das Spektrum reicht dabei von Protonen-Antiprotonen- bis zu Elektronen-Positronen-Maschinen.

Ein vielversprechender Ansatz zur Erzeugung der benötigten Teilchenenergien ist der lineare Elektronen-Positronen-Collider, im folgenden immer als linearer Collider bezeichnet. Das Verhältnis von Meßsignal zu Hintergrund ist bei e^+e^- -Kollisionen besser als bei Protonen-Kollisionen. Es entstehen keine Partonen, wodurch die zur Verfügung stehende Energie effektiver genutzt werden kann [1]. Weiterhin ist der lineare Collider im Vergleich zu einer zirkularen Maschine gleicher Endenergie und Luminosität auf lange Sicht kostengünstiger, da keine zusätzliche Hf-Leistung zur Kompensation von Synchrotronstrahlungsverlusten nötig ist.

Die für die Experimente erforderliche hohe Luminosität bedingt Teilchenstrahlen von niedrigster Emittanz und geringster Energieverschmierung sowohl innerhalb eines einzelnen Teilchenpaketes als auch zwischen den Bunchen selbst [2].

Zur Erhaltung der Strahlqualität über die volle Länge des Beschleunigers ist es deshalb notwendig, ein akkurates Strahlführungssystem zu entwickeln, das es gestattet, auftretenden Strahlinstabilitäten wirksam zu begegnen. Grund der Instabilitäten sind elektromagnetische Felder, sogenannte Wake- oder Kielwellenfelder, die die Teilchen bei der Durchquerung des Beschleunigers selbst anfachen. Die Teilchenpakete werden dadurch radial von der Achse abgelenkt, sie werden verformt und erfahren eine Impulsverschmierung.

Transversale Einzelbunch-Instabilitäten (SBBU, Single Bunch Beam Breakup) kann man durch die Einführung einer Energieverschmierung innerhalb eines Teilchenpakets bekämpfen; in Verbindung mit einer äußeren Strahlführung erreicht man eine Bedämpfung der Instabilität [3]. Als Alternative oder Ergänzung zu äußeren Fokussierungsmaßnahmen erscheint es deshalb interes-

sant, inwieweit man durch geeignete Modifikationen an den Beschleunigerstrukturen die Hochfrequenzfelder selbst zur Erzeugung der benötigten Fokussierung heranziehen kann.

Da es sehr schwierig ist, die für das Experiment geforderte Luminosität mit einem einzelnen Bunch zu erzeugen, muß man mehrere Teilchenpakete in kurzem Abstand durch den Beschleuniger schicken. Jetzt erfährt aber jeder Bunch die aufsummierten Wakefelder der ihm vorausfliegenden Teilchenpakete. Um zu verhindern, daß die transversale Strahlablage inakzeptabel groß wird, müssen Maßnahmen zur Kontrolle dieser Vielteilchen-Instabilitäten (MBBU, Multibunch Beam Breakup) getroffen werden. Das bedeutet, die Güten dieser als Long-Range-Wakes bezeichneten Störmoden müssen, je nach Collider, durch konstruktive Maßnahmen auf Werte in der Größenordnung von zehn abgesenkt werden.

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit theoretischen Anwendungsmöglichkeiten von hochfrequenzfokussierenden Beschleunigerstrukturen in linearen Collidern bei Einzel- und Multibunch-Betrieb. In Kap. 2 wird eine kurze Einführung in die Problematik von Höchstenergiebeschleunigern gegeben. Anschließend werden in Kap. 3 Irisstrukturen und ihre Kenngrößen behandelt. Kap. 4 gibt eine Einführung in das Wakefeld-Konzept. Es wird untersucht, welche Resonatormoden für den Strahl gefährlich sind; die Wakepotentiale werden mit Resonatorkenngrößen in Verbindung gebracht. In Kap. 5 schließt sich eine Betrachtung zum SBBU an. Es wird untersucht, inwieweit Irisstrukturen und Rechteckblendenstrukturen (MWQ-Strukturen) zur direkten Hochfrequenzfokussierung eingesetzt werden können. Die Eigenschaften einer MWQ-Struktur werden vermessen und mit theoretischen Vorhersagen verglichen. Beispiele für hypothetische Collider in verschiedenen Frequenzbereichen werden diskutiert. Im anschließenden Kap. 6 wird der Mechanismus des MBBU erläutert und Möglichkeiten zur Bedämpfung insbesondere von MWQ-Strukturen im Multibunch-Betrieb untersucht. Meßergebnisse an Modellstrukturen werden vorgestellt und am Beispiel von einem S- und X-Band-Collider diskutiert.

2. Collider für höchste Energien

Im folgenden Abschnitt sollen einige Gründe für den Bau von Linear-Collidern von den Erfordernissen der Hochenergiephysik her diskutiert werden. Insbesondere geht es dabei um die Frage, welches Beschleunigerkonzept die für das Studium von Elementarteilchenprozessen notwendigen Energien und Teilchendichten am Ort der Wechselwirkung mit der größten Ökonomie bereitstellen kann. Es zeigt sich, daß Linear-Collider den Anforderungen genügen können. Einige zur Zeit diskutierte Konzepte für künftige lineare Collider werden vorgestellt.

2.1. Protonen-Antiprotonen-Beschleuniger

In der Hochenergiephysik studiert man die Feinstruktur der Materie, indem man die Reaktionsprodukte untersucht, die bei der Wechselwirkung von Elementarteilchen miteinander entstehen. Um immer feinere Strukturen auflösen zu können, bedarf es immer höherer Energien, bei denen die Teilchen wechselwirken. Um diese Energien möglichst groß zu machen, verwendet man anstelle eines Teilchenstrahls und eines festen Targets zwei Strahlen, die man aus entgegengesetzten Richtungen kommend miteinander kollidieren läßt (Collider). Auf diese Weise steht für die Reaktion im Massenschwerpunkt die Summe der Einzelenergien der beiden Strahlen zur Verfügung.

Der Protonen-Antiprotonen-Collider am Fermi National Accelerator Laboratory (FNAL) [4] in Chicago/USA ist zur Zeit die Maschine mit der höchsten Energie, es werden fast 2TeV im Massenschwerpunkt erreicht. Der gegenwärtig am Ronald Reagan Research Center in Texas/USA im Aufbau befindliche Superconducting Supercollider (SSC) [5] wird eine Protonen- Protonen Maschine sein. Sie soll eine Energie von 2 mal 20TeV besitzen.

Alle diese Beschleuniger sind Kreisbeschleuniger. Die Teilchen werden durch Magnete auf eine Kreisbahn gezwungen und kreisen gegenläufig in der Maschine. Die Beschleunigung besorgen HF-Kavitäten, an die bezüglich der zu erreichenden Beschleunigungsfeldstärke keine besonderen Anforderungen gestellt werden, da bis zum Erreichen der Endenergie die Teilchen über viele Umläufe beschleunigt werden können. Die Größe einer solchen (Hadronen-) Maschine wird im wesentlichen durch die Stärke des zur Strahlführung benötigten Magnetfeldes bestimmt. Das bedeutet, daß der Durchmesser eines solchen Beschleunigers ungefähr proportional mit der zu erreichenden Energie anwächst. Man kann sich vorstellen, daß das Streben nach höchsten Energien so zu Anlagen von enormer Größe führt. Der Umfang von SSC wird zum Beispiel etwa 84km betragen. Damit ist wohl eine finanzielle Obergrenze er-

reicht; eine weitere Steigerung der Energie muß mit anderen Konzepten versucht werden.

2.2. Elektronen-Positronen-Kreisbeschleuniger

Eine Alternative zu Protonen-Maschinen sind Elektronen-Positronen-Kreisbeschleuniger. Sie haben den Vorteil, daß ein größerer Teil der Kollisionsenergie für die zu untersuchenden Wechselwirkungsprozesse zur Verfügung steht. Der Grund dafür ist, daß Protonen und Antiprotonen komplexe Strukturen sind, aufgebaut aus den fundamentalen Quarks und Gluonen. Bei der Kollision zweier Protonen werden nur wenige Quarks und Gluonen der Reaktionspartner miteinander wechselwirken, der große Rest bleibt mehr oder weniger unbeteiligt an der zu untersuchenden Reaktion. Für die physikalisch interessante Wechselwirkung zwischen zwei Quarks verbleibt bei Proton-(Anti)proton-Prozessen nur etwa ein Zehntel der insgesamt zur Verfügung stehenden Energie.

Im Gegensatz dazu sind Elektronen und Positronen, soweit man weiß, fundamentale punktförmige Objekte. Stoßen diese zusammen, so wird die gesamte verfügbare Energie umgesetzt, die Prozesse verlaufen viel "sauberer". Dies ist auch vom experimentellen Standpunkt sehr begrüßenswert, da die interessanten Ereignisse nicht mehr durch einen großen Untergrund an Schmutzeffekten verdeckt werden. Die verfügbare Energie ist etwa zehnmal so groß wie in einem Protonen-Collider. Ein Beispiel für eine Elektron-Positron-Ring ist der Large Electron Positron Collider (LEP) [6] am CERN/Schweiz. Bei ungefähr 27km Umfang werden (LEP II) ca. 200GeV im Schwerpunktsystem erreicht. Deshalb ist bei gleicher Schwerpunktenergie eine solche Maschine einem Protonenbeschleuniger überlegen.

Allerdings besitzt auch dieser Collider Typ einen gravierenden Nachteil. Das Problem ist die Synchrotron-Strahlung. Während bei den relativ schweren Protonen der Energieverlust durch Abstrahlung noch sehr gering ist, wirken sich Strahlungsverluste bei Elektronen fatal aus.

Der Energieverlust E_v pro Umlauf durch Synchrotronstrahlung ist bei einem Kreisbeschleuniger vom Radius R proportional zu E^4/R , wobei E die Teilchenenergie ist. Will man sehr hohe Energien erreichen, muß man den größten Teil der HF-Leistung dazu verwenden, Strahlungsverluste zu ersetzen. Setzt man die Gesamtkosten eines Colliders als $K_g = \text{const}_1 \cdot R + \text{const}_2 \cdot E_v$ an, so sieht man, daß das Minimum erreicht wird, wenn sich die Kosten für den Bau der Maschine und die Kosten für die Hochfrequenz gerade die Waage halten. Die Gesamtkosten skalieren dann mit dem Quadrat der Energie. Bei niedrigen Energien sind also die Elektron-Positron-Collider günstiger, höhere

Energien erreicht man besser mit Protonen-Maschinen unter Inkaufnahme wesentlich weniger "sauberer" Teilchenprozesse.

2.3. Lineare Elektron-Positron-Collider

Will man die Energie über die durch Synchrotronstrahlungsverluste gesetzte Grenze erhöhen, so wird man zwei Forderungen vereinen müssen: Die zu bauende Maschine soll Elektronen beschleunigen und keine Synchrotronstrahlung aufweisen. Als Lösung dieses Problems bieten sich lineare e^+e^- -Collider an.

Da die Teilchen jede Beschleunigersektion nur einmal durchlaufen, muß die gesamte Energie über die Länge des Beschleunigers zur Verfügung gestellt werden. Man benötigt jetzt Beschleunigerkavitäten, die möglichst hohe Feldstärken erzeugen können. Auch so wird der Beschleuniger schon sehr lang. Ein $2 \times 1\text{TeV}$ Collider mit einer Beschleunigungsfeldstärke von 100MeV/m wird mindestens 20km Gesamtlänge haben.

Ein linearer Collider für hohe Energien wurde zuerst von Amaldi [7] vorgeschlagen. Ebenfalls gab es einen Vorschlag von VLEPP/Nowosibirsk [8], einen konventionellen Linac für einen Collider zu verwenden. Der erste in Betrieb genommene Collider (Stanford Linear Collider SLC) [9] befindet sich am Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) in Stanford/USA. Es handelt sich dabei noch nicht um einen "richtigen" Linear-Collider, viel-

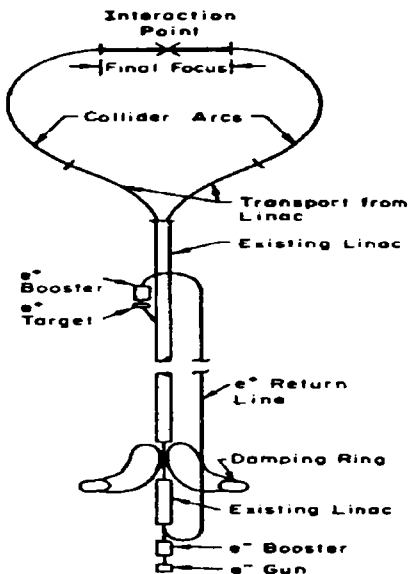


Abb. 2.1) Prinzipskizze des Stanford Linear Colliders (SLC) [9].

mehr wurde der vorhandene Beschleuniger so umgebaut, daß simultan Elektronen- und Positronenstrahlen beschleunigt werden können, die am Ende des Linacs aufgetrennt und über zwei Bögen umgelenkt werden. Anschließend läßt man die Strahlen frontal kollidieren.

Gegenwärtig werden mindestens vier verschiedene Konzepte für Linear-Collider untersucht, die sich bezüglich Betriebsfrequenz, Art der HF-

Erzeugung, supra- oder normalleitenden Beschleunigerkavitäten sowie des Strahls unterscheiden. Zunächst sollen die an einen zukünftigen Linear-Collider zu stellenden Anforderungen untersucht und anschließend verschiedene Konzepte kurz vorgestellt werden.

2.4. Anforderungen an einen zukünftigen Linear-Collider

2.4.1. Luminosität

Für Experimente bei sehr hohen Energien stößt man auf ein quantenmechanisch bestimmtes Problem. Die Energie eines Prozesses (die Schwerpunktenenergie bei der Kollision der beteiligten Teilchen) und sein Wirkungsquerschnitt σ stehen in folgender Relation zueinander:

$$\sigma \propto \frac{1}{E^2} \quad (2.1)$$

Der Wirkungsquerschnitt macht eine Aussage darüber, welche Luminosität L (Anzahl Teilchen pro Fläche und Zeit am Wechselwirkungspunkt) benötigt wird, um eine bestimmte durchschnittliche Reaktionsrate dn/dt zu erhalten.

$$\frac{dn}{dt} = L\sigma \quad (2.2)$$

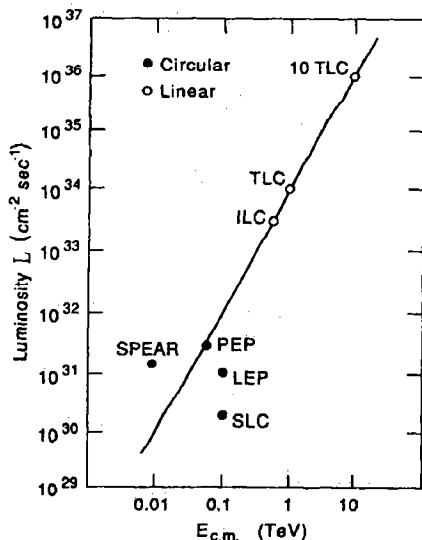


Abb. 2.2) Luminosität gegen die Schwerpunktenenergie, aufgetragen für einige existierende (LEP, PEP, SLC, SPEAR) sowie für projektierte Elektron-Positron-Collider. Die durchgezogene Linie repräsentiert eine Luminosität von 10^4 Ereignissen pro Jahr (definiert als 10^7 s) bezogen auf den Wirkungsquerschnitt der Reaktion $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$. Entnommen aus [1].

Für eine bestimmte benötigte Reaktionsrate eines zu untersuchenden Prozesses muß die Luminosität mit dem Quadrat der Energie anwachsen. Abb. 1.2) zeigt die Luminosität gegen die Schwerpunktsenergie, aufgetragen für einige existierende Elektron-Positron-Collider. Die durchgezogene Linie repräsentiert eine Luminosität von 10^4 Ereignissen pro Jahr (definiert als 10^7 s) bezogen auf den Wirkungsquerschnitt der Reaktion $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$.

Ausgehend von SLC bedeutet das eine notwendige Steigerung der Luminosität um fast vier Größenordnungen bei einer Steigerung der Energie um den Faktor zehn. Das bedeutet, daß, hält man an 10^4 Ereignissen pro Jahr fest, ein 1TeV Collider eine Luminosität von $10^{34}\text{cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ haben muß.

Die Luminosität eines Colliders ist proportional zu:

$$L \propto \frac{f_p N^2}{A} \quad (2.3)$$

Dabei ist f_p die Pulsfolgefrequenz des Strahls, N die Anzahl Teilchen pro Bunch und A die mittlere Überdeckungsfläche der Strahlen am Kollisionsort. Die minimale Größe von A ist durch die erreichbare Emittanz ϵ der Strahlen bestimmt, N kann ebenfalls nicht beliebig groß gemacht werden, ohne die Energieverschmierung im Bunch unannehmbar groß werden zu lassen. Damit bleibt nur eine Erhöhung der Pulsfolgefrequenz. Eine Vergrößerung von f bedeutet eine Vergrößerung des mittleren Strahlstromes und somit der benötigten Leistung. Da die Endenergie eines Beschleunigers proportional zur aufgewendeten HF-Leistung ist, und die Luminosität mit dem Quadrat der Energie anwächst, führt das zu einem Anwachsen der notwendigen HF-Leistung mit der dritten Potenz. Deshalb muß die Hochfrequenz mit hoher Effektivität erzeugt werden.

2.4.2. Beschleunigungsfeldstärke und Frequenz

Die maximal mögliche Beschleunigungsfeldstärke ist in konventionellen Beschleunigerkonzepten durch den Felddurchschlag und Feldemissionsströme (Dunkelstrom) begrenzt. Exotische Konzepte wie z.B. Plasma-Beschleuniger kennen diese Einschränkung nicht, jedoch sprechen Überlegungen zur Luminosität gegen ihre Anwendung.

Für den Hochfrequenzdurchschlag kann die Grenzfeldstärke E_g in Abhängigkeit von der Frequenz f ungefähr als

$$E_g \propto f^{\frac{7}{8}} \quad (2.4)$$

angenommen werden, wobei f die Frequenz des Hochfrequenzfeldes ist. 150 bis 200MeV/m bei einer Frequenz von 30GHz sind durchaus realistisch.

Je höher man die Feldstärke wählt, desto kürzer wird die Maschine bei gegebener Endenergie. Da die Baukosten für einen Linac proportional zu seiner Länge sind, sollte die Feldstärke also möglichst hoch gewählt werden. Im Laufe des Betriebs werden die Kosten für die Hochfrequenz zum bestimmenden Faktor. Bei gleicher Beschleunigungsfeldstärke muß bei höherer Frequenz aufgrund kleiner werdender Strukturen weniger Hochfrequenzleistung aufgebracht werden. Dies ist ein weiteres Argument für möglichst hohe Frequenzen.

Allerdings wird die Erzeugung der Hochfrequenz bei abnehmender Wellenlänge immer schwieriger, so sind 100MW Pulsleistung derzeit die Obergrenze bei X-Band-Klystrons. Noch höhere Frequenzen bedeuten deshalb, daß man nach neuen Wegen zur Erzeugung der benötigten Leistung suchen muß. Man muß ebenfalls berücksichtigen, daß die Strahldynamik eines Colliders mit zunehmender Frequenz schwieriger zu beherrschen ist.

2.4.3. Zusammenfassung der Forderungen an einen Linear-Collider

Ein zukünftiger Linear-Collider muß die folgenden Bedingungen erfüllen:

- ☐ Es werden Elektronen- und Positronenquellen sehr kleiner Emittanz benötigt. Die Positronenquelle muß in der Lage sein, hohe Bunchladungen zu liefern.
- ☐ Der eigentliche Beschleuniger muß in der Lage sein, die Teilchenpakete zu beschleunigen und über seine volle Länge zu transportieren, ohne daß sich die Emittanz der Strahlen merklich verschlechtert.
- ☐ Das Konzept des Beschleunigers muß so beschaffen sein, daß ein möglichst hoher Grad an Ausnutzung der (teuren) Hochfrequenzleistung erreicht wird. Im Falle eines supraleitenden Colliders ist zusätzlich die benötigte Kühlleistung zu berücksichtigen.
- ☐ Ebenfalls muß die Hochfrequenzleistung mit einem sehr hohen Wirkungsgrad erzeugt werden können. Besonders wichtig wird dieser Punkt, je höher die geplante Betriebsfrequenz ist.
- ☐ Schließlich muß das Design des Kollisionsbereichs (Final-Focus-Region) so beschaffen sein, daß ein Maximum an Luminosität bei gegebener Strahlleistung erreicht wird.

2.4.4. Gegenwärtig diskutierte Collider-Projekte

S-Band: Beim (S-Band) DESY/THD-Collider [10] handelt es sich um eine Kollaboration zwischen DESY (Deutsches Elektronen Synchrotron) in Hamburg und der Technische Hochschule Darmstadt (THD). Das Institut für Angewandte Physik (IAP) ist an der Entwicklung von Koppel- und Dämpfungssystemen für die Strahlstabilität negativ beeinflussender höherer Resonatormoden (HOM) mit beteiligt. Das Konzept basiert auf der Weiterentwicklung eines konventionellen S-Band (3 GHz) Elektronen-Linearbeschleunigers von der Art des Stanford TMA (Stanford Two Mile Accelerator am Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) in Stanford/USA). Ein solcher Ansatz hat den Vorteil, daß man auf vorhandener Technologie aufbauen kann. Viele Probleme wie z.B. Klystronentwicklung fallen weg, man kann auf vorhandenes Material zurückgreifen. Die vorhandenen S-Band-Beschleuniger können zum Test neu entwickelter Strukturen eingesetzt und kritische Aspekte wie Strahlinstabilitäten, Dunkelströme, Felddurchschlag und Emittanzwachstum direkt an existierenden Maschinen studiert werden.

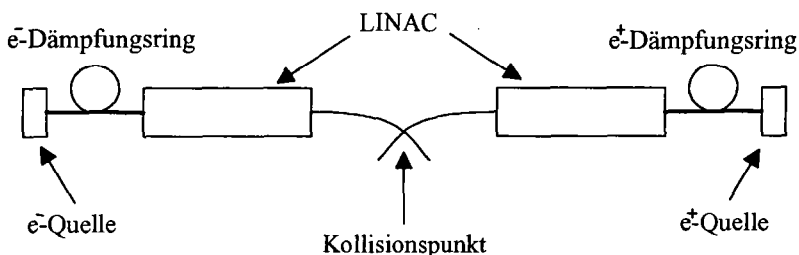


Abb. 2.3) Allgemeines Prinzipbild eines linearen Colliders

Die erste Ausbaustufe des DESY/THD-Colliders soll eine Kollisionsenergie von $2 \cdot 250 \text{ GeV}$ im Massenschwerpunkt erreichen. Die aktive Länge der gesamten Anlage wird etwa 30 km betragen. Der Designwert für die Beschleunigungsfeldstärke ist mit 17 MV/m recht konservativ gewählt. Der Aufbau folgt in etwa der Skizze in Abb. 1.3), jedoch mit einigen Besonderheiten, die Positronenerzeugung betreffend. Eine zweite Ausbaustufe soll $2 \cdot 500 \text{ GeV}$ erreichen.

Um die geforderte Luminosität zu erzielen, wird angestrebt, eine Kette von 172 Teilchenpaketen (Multibunchbetrieb) in einem Durchgang zu beschleunigen. Der Abstand der einzelnen Pakete beträgt dabei ca. 3.2 m. Der sogenannte Multibunch Beam Breakup (MBBU) wird bei dieser Maschine die bestimmende Strahlinstabilität sein. Zur Kompensation dieser Instabilität soll eine Kom-

bination aus Bedämpfung der gefährlichsten Dipolmode und "Detuning" der Struktur bezüglich höherer Moden (HOMs) angewandt werden. Single Bunch Beam Breakup (SBBU) ist bei einem S-Band-Collider kein entscheidendes Problem. Maßnahmen zum BNS-Dämpfen werden nicht in Betracht gezogen.

X-Band Collider: Nach der erfolgreichen Erweiterung des SLAC TBA zum sogenannten SLC (SLAC LINEAR COLLIDER; vgl. Abb. 1.2)) plant man in Stanford einen linearen Collider der nächsten Generation (NLC (Next Linear Collider)) [11]. Die erste Ausbaustufe ist auf eine Schwerpunktenenergie von $2 \cdot 250 \text{ GeV}$, die zweite auf $2 \cdot 500 \text{ GeV}$ ausgelegt. Das prinzipielle Konzept ist dem des DESY/THD Colliders ähnlich, jedoch soll die Betriebsfrequenz im X-Band, ca. 11.4 GHz , liegen. Aufgrund der höheren Betriebsfrequenz ist eine höhere Beschleunigungsfeldstärke möglich. Gegenwärtig werden 50 MV/m angestrebt, aber auch deutlich höhere Feldstärken werden erwogen. Damit reduziert sich die aktive Länge des NLC im Vergleich zu DESY/THD um 66%. Die Erzeugung der für diese Feldstärken notwendigen Hochfrequenzleistung ist schwierig. Es werden Klystrons mit einer Pulsleistung größer 100 MW benötigt. Zur Zeit stellt dies die obere Grenze dessen dar, was in Versuchsanordnungen erreicht wurde [12]. Die benötigte hohe Zahl von Klystrons (ca. 1 Stück/m) relativiert wieder den Kostenvorteil geringerer Baulänge gegenüber DESY/THD.

Bedingt durch die hohe Betriebsfrequenz fällt der Innendurchmesser der Strukturen mit ca. 2 cm recht klein aus. Wakefeldeffekte spielen dadurch eine sehr viel größerer Rolle als im S-Band. SBBU kann nicht mehr vernachlässigt werden, selbst wenn man zu sehr langen sogenannten Bunchtrains mit geringer Bunchladung übergeht. Maßnahmen zur Bekämpfung des SBBU - denkbar wären z.B. Mikrowellen-Quadrupole (MWQ) oder Rundblendenfokussierung - sind notwendig. Die für die Experimente notwendige Luminosität soll ebenfalls mit einem Multibunch-Konzept erzielt werden. Dem MBBU will man auch hier mit einem kombinierten System von Detuning und Bedämpfung störender Moden begegnen.

Ein zu NLC sehr ähnliches Konzept eines linearen Colliders verfolgt man am National Laboratory for High Energy Physics (KEK) in Japan [13]. Man will für $2 \cdot 500 \text{ GeV}$ Kollisionsenergie mit einer aktiven Länge von ca. 14 km auskommen, was Beschleunigungsfeldstärken im Bereich 100 MV/m notwendig macht. Bezüglich der Bekämpfung des MBBU geht man hier einen etwas anderen Weg. Man will ganz auf Detuning verzichten und die Störmoden allein durch Bedämpfung unschädlich machen [14].

K-Band: Das im Feld der normalleitenden Konzepte technisch anspruchsvollste Vorhaben ist der vom Europäischen Kernforschungszentrum (CERN) in Genf vorgeschlagene CLIC (CERN LINEAR COLLIDER) [15]. Das Projekt ist für eine Kollisionsenergie von $2 \cdot 500 \text{ GeV}$ ausgelegt. Auf der Suche nach höchsten Beschleunigungsfeldstärken - der Designwert beträgt 100 MV/m - hat man sich auf eine Betriebsfrequenz von 30 GHz festgelegt. Eine noch höhere Frequenz ist technisch sicher nicht sinnvoll, muß doch über die ganze Länge des Beschleunigers eine perfekte Ausrichtung der einzelnen Sektionen zueinander gewährleistet sein. Die Toleranzen liegen bei CLIC im Bereich $1 \mu\text{m}$. Klystrons kommen wegen der erforderlichen Pulsleistung bei dieser Frequenz nicht mehr in Frage. Ein alternatives Konzept zur Erzeugung der Hochfrequenz ist erforderlich.

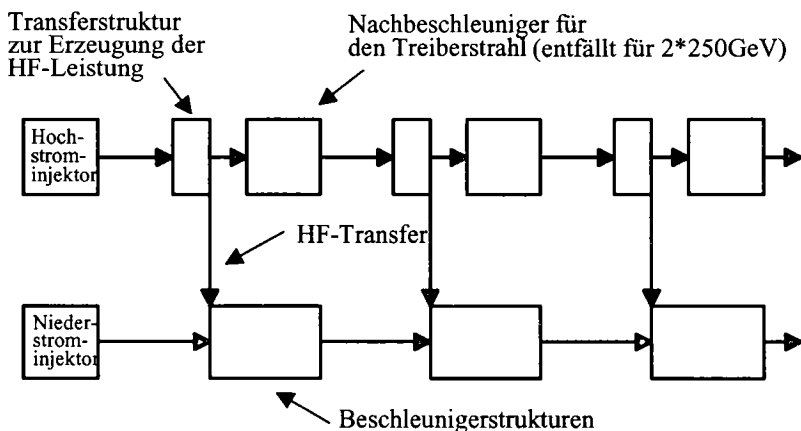


Abb. 2.4) Das Zweistrahl-Konzept des CERN Linear Colliders (CLIC)

Man plant deshalb zur HF-Erzeugung einen parallel zum eigentlichen Beschleuniger mitlaufenden Treiberstrahl, der in bestimmten Abständen sogenannte Transferstrukturen durchläuft. Die dort erzeugte HF-Leistung wird dann dem Beschleuniger zugeführt (Two Beam Accelerator, TBA). Wegen der extrem großen Wakefelder bei 30 GHz Betriebsfrequenz plante man ursprünglich einen Single-Bunch Betrieb, um Multibunch-Instabilitäten zu vermeiden. Das bedeutet aber eine sehr hohe Bunchladung, will man die Luminosität erhalten. Damit wird eine wirksame Bekämpfung des SBBU vordringlich. Deshalb bilden MWQ einen zentralen Bestandteil des Konzepts. In der Zwischenzeit wird am CERN auch über einen eingeschränkten Multibunch-

Betrieb (ca. 4 Bunche) nachgedacht, weshalb zusätzlich Maßnahmen zur HOM-Dämpfung nötig werden.

2.4.5. TESLA (TeV Superconducting Linear Accelerator)

Einen ganz anderen Ansatz verfolgt das TESLA-Konsortium (ein Zusammenschluß vieler Institutionen wie Cornell/USA, Saclay/Frankreich, DESY uva.) [16]. Ebenfalls beteiligt ist das Institut für Angewandte Physik.

Anstatt durch möglichst hohe Feldstärken die Strukturlänge zu verkürzen, setzt man hier auf eine möglichst gute Ausnutzung der HF durch die Verwendung von supraleitenden Strukturen. Die Wahl von 1.3GHz als Betriebsfrequenz garantiert sehr viel kleinere Wakefelder als z.B. bei S-Band-Frequenzen. Dennoch müssen HOM's bedämpft werden. Man plant eine sehr lange Kette aus 800 einzelnen Teilchenpaketen mit 1 μ s Abstand zu beschleunigen. SBBU-Effekte sind bei TESLA vernachlässigbar. Es wird eine Beschleunigungsfeldstärke von 25MV/m angestrebt. Bisher wurde in Versuchen 15 - 20MV/m erreicht. Die Strukturen sollen aus massivem Niob bestehen. Im Vergleich zum DESY/THD-Projekt wird TESLA bei ähnlichen Beschleunigungsfeldstärken mit einer Spitzenleistung von 125kW/m nur etwa 1% der dort erforderlichen Hochfrequenzleistung benötigen.

3. Irisstrukturen

Lineare Elektronenbeschleuniger sind in aller Regel Irisstrukturen. Im nachfolgenden Abschnitt wird kurz auf die Grundlagen von Irisstrukturen eingegangen. Wichtige charakteristische Kenngrößen von Elektronenbeschleunigern werden vorgestellt.

3.1. Erzeugung beschleunigender Felder

In einem gewöhnlichen kreiszylindrischen Hohlleiter besitzen die dort ausbreitungsfähigen Wellen eine Phasengeschwindigkeit größer als die Lichtgeschwindigkeit. Dabei gilt, daß v_{ph} über alle Grenzen wächst, wenn die zu transportierende Welle gerade die untere Grenzfrequenz des Hohlleiters trifft. Sie erreicht c für den Fall unendlicher Frequenz der Welle. Hier nähern sich die Verhältnisse der Wellenausbreitung im freien Raum an. Für die Gruppengeschwindigkeit v_g gilt hier ebenfalls $v_g = c$, während sie bei der cut-off-Frequenz null ist.

Zur Beschleunigung von Teilchen ist ein leerer Hohlleiter also keinesfalls geeignet, da es wegen des Phasenschlupfes zwischen Welle und Teilchen zu keinem Energiegewinn entlang einer größeren Strecke kommen kann. Es muß ein Weg gefunden werden, die Phasengeschwindigkeit unter c zu drücken, will man die Welle mit den Teilchen synchronisieren. Man kann dies durch die Einführung von periodisch angeordneten Rundblenden in der Röhre erreichen (vgl. Abb. 3.1)). Zusätzlich zur Änderung der Phasengeschwindigkeit bewirken die Blenden auch eine geänderte Gruppengeschwindigkeit. Durch geeignete Wahl der Parameter lassen sich so Phasen- und Gruppengeschwindigkeit unabhängig voneinander einstellen [17].

Zum Verständnis der Wirkungsweise einer Irisstruktur denken wir sie uns aus vielen, durch die Blendenöffnungen verkoppelten, Einzelresonatoren aufgebaut. Betreibt man die Struktur unterhalb der cut-off-Frequenz, so kann sich keine Welle in ihrem Inneren ausbreiten. Die elektrischen Feldlinien enden auf den Blenden, ihre Amplitude nimmt exponentiell ab (Abb. 3.2.a)). Erhöht man die Frequenz weiter bis zur Eigenfrequenz eines Einzelresonators, nimmt die Eindringtiefe der Feldlinien zu, bis sie schließlich an dieser Stelle keine Krümmung in Richtung der Blenden mehr aufweisen (Abb. 3.2.b)). Alle Resonatoren schwingen jetzt in Phase. Erhöht man die Frequenz weiter, so treibt man die Einzelresonatoren außerhalb ihrer Resonanz. Die Blendenreaktanz wird wirksam, da jetzt ein Energieaustausch zwischen den Zellen stattfindet. Als ein Ergebnis erhöht sich die Phasendifferenz von Zelle zu Zelle. Man kann die Frequenz solange erhöhen, bis alle Einzelresonatoren in Gegenphase schwingen. Eine weitere Vergrößerung der Phasendifferenz ist nicht möglich,

bei einer weiteren Erhöhung der Frequenz muß wieder eine Dämpfung der Welle einsetzen (Abb. 3.2.c und 3.2.e).

Untersuchen wir nun, welche Felder im Bereich $r < a$ (a bezeichnet die Blendenapertur) existieren müssen, damit Teilchen beschleunigt werden können: Wir benötigen eine Welle der Amplitude E_0 , die achsensymmetrisch ist und sich in z -Richtung (entlang der Resonatorachse) mit einer reellen Wellenzahl k ausbreitet.

Aus den Maxwellgleichungen erhält man mit diesen Forderungen als Lösung eine Welle mit den folgenden Komponenten:

$$E_z = E_0 J_0(k_r r) e^{-ikz}$$

$$E_r = iE_0 \frac{k}{k_r} J_1(k_r r) e^{-ikz}$$

$$H_\varphi = i\epsilon\omega E_0 \frac{k_0}{k_r} J_1(k_r r) e^{-ikz} \quad (3.1)$$

Alle anderen Feldkomponenten verschwinden. Dabei ist E_0 die Wellenamplitude und es gilt für die Wellenzahlen:

$$k_0^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 = k^2 + k_r^2 \quad (3.2)$$

Die Zeitabhängigkeit sei als harmonisch angenommen. Man bezeichnet diesen Wellentyp als transversal-magnetische- oder E-Welle, in Kurzschreibweise TM_{01} - oder E_{01} -Welle. Wir werden im folgenden immer die erste Abkürzungskonvention verwenden.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle wird von k bestimmt. Wählt man k so, daß die Phasengeschwindigkeit der Welle gerade c ist, verschwindet die transversale Wellenzahl, denn es gilt $v_{ph}/c = k_0/k$. Eine Phasengeschwindigkeit kleiner c bedingt damit gemäß Gleichung (3.2) eine imaginäre transversale Wellenzahl k_r . Die Lösungen (3.1) bleiben gültig, jedoch ändert sich ihre Charakteristik. Im Falle eines reellen k_r oszilliert die Besselfunktion für beliebige r um die Null, so daß die Feldstärke periodisch ihr Vorzeichen ändert. Imaginäre k_r bewirken, daß sich die Besselfunktionen J_0 und J_1 in die modifizierten Besselfunktionen I_0 und $-iI_1$ verwandeln. Diese Funktionen steigen monoton mit r an, das elektrische Feld wechselt nicht sein Vorzeichen.

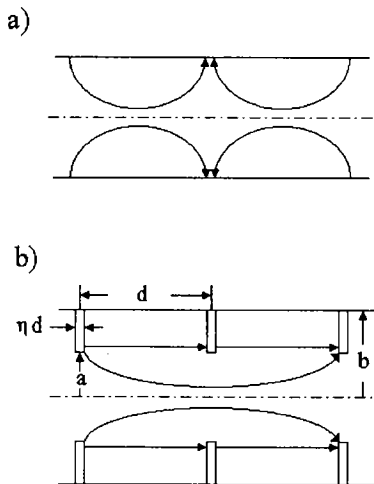


Abb. 3.1) Abb. a) zeigt schematisch elektrische Feldlinien einer TM-Mode in einem leeren Hohlleiter. Abb. b) zeigt elektrische Feldlinien in einer Irisstruktur. In diesem speziellen Fall beträgt der Blendenabstand gerade eine viertel Wellenlänge, natürlich ist jeder andere Abstand ebenfalls möglich [17].

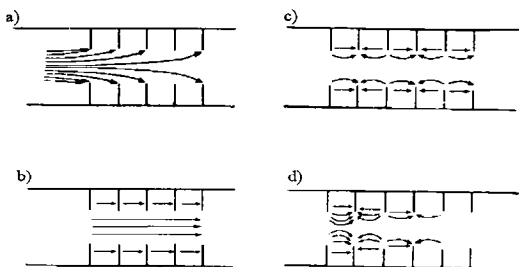


Abb. 3.2) Die Abbildungen a) - d) zeigen das qualitative Verhalten des elektrischen Feldes in einer Irisstruktur bei verschiedenen Frequenzen. Dabei zeigt a) ein Abklingen des Feldes für eine Frequenz unterhalb der cut-off des Hohlleiters. In b) ist die Situation für $f = f_{\text{cut-off}}$ gezeichnet. Bei einer weiteren Erhöhung der Frequenz erreicht man 180° Phasendifferenz (c). Schließlich setzt Dämpfung ein (d), da die Phasendifferenz zwischen den Zellen nicht über 180° hinaus anwachsen kann [17].

Es ist offensichtlich, daß solche Felder niemals in einem leeren Hohlleiter existieren können. Man muß daher passende Randbedingungen schaffen, die

den Hohlleiter so modifizieren, daß die Welle existieren kann. Dies gelingt durch die Einführung der Blenden. Während für $v_{ph} < c$ die Randbedingungen $E_{tan} = 0$, $B_n = 0$ auf der Oberfläche des leeren Hohlrohres nicht erfüllt werden können, stellen die Blenden in jeder Zelle ein Stück Leitung dar, das die Abschlußimpedanz entsprechend transformiert ($r < a$, vgl. Abb. 3.1.b)). Wählt man die "Tiefe" der Blenden gerade $\lambda/4$ lang, so läßt sich ein endliches tangentiales E-Feld bei gleichzeitig verschwindendem tangentialen Magnetfeld einschließen. Durch Variation der Leitungslänge läßt sich damit jedes beliebige Verhältnis von E_{tan}/B_{tan} erreichen.

Auf diese Weise lassen sich in einer Irisstruktur tatsächlich Wellen mit jeder vorgegebenen Teilchengeschwindigkeit synchronisieren.

3.2. Verhalten der Felder in Achsennähe

Die Strahlradian in zukünftigen Linear-Collidern werden aufgrund der Anforderungen an Emittanz und Luminosität sehr klein. Es werden Radian im μm -Bereich erforderlich. Zum Vergleich beträgt der Blendendurchmesser einer Beschleunigerstruktur im X-Band (z.B. NLC) ca. 9mm. Es ist also von großer Bedeutung, das Verhalten der Felder in der Nähe der Strahlachse zu kennen.

Für kleine Argumente lassen sich die modifizierten Besselfunktionen $I_n(x)$ durch eine Reihenentwicklung angeben [18]:

$$I_n(x) \approx \frac{x^n}{n! 2^n}, \quad |x| \ll 1 \quad (3.3)$$

Das bedeutet, die Amplitude der für die Beschleunigung maßgeblichen z-Komponente des elektrischen Feldes ist in Achsennähe ungefähr konstant. Wir können deshalb E_z auch wie folgt angeben:

$$E_z = E_0 \cos(\omega t - kz) \quad (3.4)$$

Diese Gleichung beschreibt eine ebene Welle, die sich in Achsennähe mit der Geschwindigkeit v in positive z-Richtung ausbreitet. Auf die gleiche Weise finden wir auch den Ausdruck für die H_ϕ -Komponente.

$$H_\phi = -\frac{\epsilon r \omega}{2} E_0 \sin(\omega t - kz) \quad (3.5)$$

Die entsprechend der longitudinalen Wellenzahl k periodisch auftretende Richtungsumkehr des E_z -Feldes bedingt ein radiales elektrisches Feld am Ort der entsprechenden Blende. Dieses kann mit Hilfe der Divergenzfreiheit des

elektrischen Wirbelfeldes für die jeweilig vorliegende Geometrie bestimmt werden.

Damit ist das prinzipielle Verhalten der Felder in Achsennähe bekannt bzw. bestimmbar. Diese Kenntnis ist später für die Ableitung der fokussierenden Eigenschaften von Rundblenden- bzw. Rechteckblendenstrukturen von Bedeutung (vgl. Kap. 5.3), ebenso für das Verständnis der Wirkung strahl- ablenkender Moden (vgl. Kap. 4.4).

3.3. Wichtige Kenngrößen einer Beschleunigerstruktur

3.3.1. Shuntimpedanz

Die Shuntimpedanz ist ein Maß für die Effektivität, mit der ein Beschleuniger eingespeiste Hochfrequenzleistung in Teilchenenergie umwandeln kann. Man benutzt dabei verschiedene Definitionen, je nachdem, ob man Steh- oder Laufwellenstrukturen betrachtet. Da ein Resonator in der Regel über viele mögliche Schwingungszustände (Moden) verfügt, ist es natürlich noch notwendig anzugeben, welche dieser Moden gemeint ist. Für Stehwellenstrukturen gilt die folgende Definition:

$$R = \frac{(\Delta W/q)^2}{P} \quad \text{in } [\Omega] \quad (3.6)$$

Hierbei bezeichnet ΔW den maximalen Energiegewinn, den ein Teilchen der Ladung q beim Durchqueren des Resonators erfährt. P ist die dazu benötigte Hochfrequenzleistung. Bei Laufwellenstrukturen hingegen kommt die folgende Definition zur Anwendung:

$$r = \frac{E_z^2}{dP/dz} \quad (3.7)$$

Die Dimension von r ist Ω/m , P bezeichnet die Wandverluste in der Struktur.

Wir hatten in Kap. 3.1 die zur Beschleunigung von Teilchen notwendigen Felder im zentralen Bereich einer Irisstruktur abgeleitet. Eine beliebige Mode mit E-Feld in z -Richtung (TM-Mode) kann in einer verlustlosen Irisstruktur als Fourierreihe über alle sogenannten Raumharmonischen ausgedrückt werden:

$$E_z(r, \varphi, z, t) = \sum_{v=-\infty}^{\infty} C_v J_m(k_{rv} r) \cos(m\varphi) \exp(i(\omega t - k_v z)) \quad (3.8)$$

wobei $k_v = \tilde{k} + 2\pi v/S$ ist. S ist die Länge einer Strukturperiode des Beschleunigers, und \tilde{k} ist die Wellenzahl der fundamentalen Raumharmonischen. Für die transversale Wellenzahl gilt $k_{rv}^2 = k_{0v}^2 - k_v^2$. Wir nehmen nun an, daß sich die Teilchengeschwindigkeit v bei der Durchquerung der Struktur nicht wesentlich ändert. Nehmen wir weiter an, daß das Teilchen zum Zeitpunkt $t = 0$ in die Struktur eintritt, so ist es zur Zeit $t = v/z$ am Ort z . Definiert man noch die Wellenzahl k_T mit $k_T = \omega/v$, so kann man den Energiegewinn eines Teilchens über die Strukturlänge wie folgt errechnen:

$$\begin{aligned} \Delta W &= q \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \sum_v C_v J_m(k_{rv} r) \cos(m\varphi) \exp(i(\omega t - k_v z)) dz \\ &= q \sum_v C_v J_m(k_{rv} r) \cos(m\varphi) \frac{\sin(\delta k_v \frac{L}{2})}{\delta k_v \frac{L}{2}} L, \quad \delta k_v = k_T - k_v \quad (3.9) \end{aligned}$$

Stimmen für die v -te Raumharmonische Phasen- und Teilchengeschwindigkeit und damit auch die Wellenzahlen überein, so dominiert das Integral über diese Harmonische sehr stark, da der sogenannte Transittimefaktor Λ_v mit

$$\Lambda_v = \frac{\sin(\delta k_v \frac{L}{2})}{\delta k_v \frac{L}{2}} \quad (3.10)$$

für Argumente wachsenden Betrages sehr schnell gegen null strebt. Das Teilchen wird also im wesentlichen nur von der synchronen Raumharmonischen beeinflusst.

Im Falle von Stehwellenstrukturen muß für die Berechnung des Energiegewinns des Teilchens neben der mitlaufenden Welle noch die rücklaufende berücksichtigt werden. Für das E_z -Feld gilt dann:

$$E_z(r, \varphi, z, t) = \sum_{v=-\infty}^{\infty} \frac{C_v}{2} J_m(k_{rv} r) \cos(m\varphi) \left(e^{i(\omega t - k_v z)} + e^{i(\omega t + k_v z)} \right) \quad (3.11)$$

Der Energiegewinn eines Teilchens wird damit:

$$\Delta W = q \sum_v \frac{C_v}{2} J(k_{rv} r) \cos(m\varphi) \left(\frac{\sin(\delta k_v^- \frac{L}{2})}{\delta k_v^- \frac{L}{2}} + \frac{\sin(\delta k_v^+ \frac{L}{2})}{\delta k_v^+ \frac{L}{2}} \right) L \quad (3.12)$$

mit $\delta k_v^+ = k_T + k_v$. Der Transittimefaktor für die v -te Raumharmonische lautet in diesem Fall:

$$\Lambda_v = \frac{\sin(\delta k_v^- \frac{L}{2})}{\delta k_v^- \frac{L}{2}} + \frac{\sin(\delta k_v^+ \frac{L}{2})}{\delta k_v^+ \frac{L}{2}} \quad (3.13)$$

Der Energiegewinn des Teilchens ist auch hier wieder maximal für kleine Argumente im Sinus.

Setzen wir nun den oben erhaltenen Ausdruck für den Energiegewinn in die Definitionsgleichungen für die Shuntimpedanz ein und fassen zusammen, so erhalten wir im Stehwellenfall:

$$R = \frac{\sum_v (E_{0v} \Lambda_v)^2}{P} \quad (3.14)$$

Im Laufwellenfall erhalten wir für die Shuntimpedanz pro Länge:

$$r = \frac{\sum_v E_{0v}^2}{\frac{v}{dP/dz}} \quad (3.15)$$

Dabei bezeichnet E_{0v} die maximale Feldstärke auf der Strahlachse in Richtung der Teilchenbahn. Der Laufzeitfaktor muß natürlich (vgl. (3.12)) noch gesondert berücksichtigt werden.

Die gleichen Definitionen kann man natürlich auch auf Felder anwenden, die einen transversalen Impulsgewinn verursachen. Das führt dann auf die transversale Shuntimpedanz. Sie ist im Zusammenhang mit Beam-Breakup (BBU) von großer Bedeutung (vgl. auch Kap. 4.3).

3.3.2. Güte

Die Güte einer Eigenschwingung eines Resonators ist eine weitere wichtige Kenngröße. Sie ist ein Maß für die Fähigkeit eines resonanten Systems, Energie zu speichern. Man definiert:

$$Q_v = \frac{\omega_v U_v}{P_v} \quad (3.16)$$

Hierbei bezeichnet U_v die in der v -ten Mode gespeicherte Energie. Ebenfalls gebräuchlich ist eine Definition, bei der an Stelle der gesamten Verlustleistung P die Leistung pro Längeneinheit verwendet wird. Dieser Ausdruck bezieht

sich auf einen Resonator ohne äußere Beschaltung. Ein Resonator, der über eine solche zusätzliche Beschaltung verfügt, muß eine von P verschiedene Verlustleistung aufweisen. Damit ändert sich aber auch die Güte. Man findet folgenden Zusammenhang:

$$\frac{1}{Q_v} = \frac{1}{Q_{Lv}} - \frac{1}{Q_{v\text{ext}}} \quad (3.17)$$

Dabei ist Q_{Lv} die sogenannte belastete Güte, also die Güte des Resonators einschließlich äußerer Beschaltung, und $Q_{v\text{ext}}$ repräsentiert die äußeren Verluste. Der Zusammenhang zwischen der belasteten und der unbelasteten Güte ist über den Koppelfaktor gegeben.

$$Q_v = Q_{Lv}(1 + k), \quad \text{mit} \quad k = \frac{Q_v}{Q_{v\text{ext}}} \quad (3.18)$$

Bei einem Koppelsystem, das aus mehreren Einzelankopplungen besteht, ist k die Summe über die einzelnen Koppelfaktoren. Die oben gemachten Aussagen gelten unter der Bedingung, daß sich die Feldgeometrie der ungestörten Mode durch das Koppelsystem nicht oder nur vernachlässigbar gering ändert. Diese Bedingung ist in den meisten Fällen erfüllt, jedoch nicht mehr bei bezüglich höherer Moden stark bedämpften Resonatoren. Es gibt allerdings auch in diesen Fällen ausgezeichnete Punkte im Resonator, wo die Güteabnahme mit der Abnahme des Feldpegels korrespondiert [19].

4. Wakefelder und Wakepotentiale

Im folgenden Abschnitt werden das Konzept der Wakefelder und -Potentiale vorgestellt. Das Panofsky-Wenzel-Theorem macht Aussagen über strahl-
ablenkende Wirkung von Resonatormoden. Es wird eine Methode zur Berechnung longitudinaler und transversaler Wakepotentiale über eine Entwicklung nach Eigenmoden des leeren Resonators vorgestellt (Condon-Methode), die Wakepotentiale können anschließend durch Resonator-kenngrößen ausgedrückt werden. Skalierungsregeln werden angegeben.

4.1. Das Feld einer hochrelativistischen Punktladung

Eine Punktladung q , die sich mit nahezu Lichtgeschwindigkeit im freien Raum bewegt, besitzt ein elektrisches Feld, das sich innerhalb eines Kegels mit einem Öffnungswinkel $\Phi = 1/\gamma$ befindet. Dabei ist

$$\gamma = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (4.1)$$

Drückt man die Ladungs- und Stromdichte einer Punktladung mit Hilfe der Deltafunktion aus, hier zweckmäßigerweise in Zylinderkoordinaten, und setzt diese Ausdrücke in die Maxwellgleichungen

$$\oint_A \vec{E} \cdot \vec{n} dA = \frac{1}{q} \epsilon_0 \iiint_V \rho dV, \quad \oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_A \partial_t \vec{D} + \vec{j} \cdot \vec{n} dA \quad (4.2)$$

ein, so erhält man unter Anwendung des gaußschen Satzes die Ausdrücke für die elektrischen und magnetischen Felder:

$$\rho = q \frac{\delta(r-a)}{a} \delta(\varphi - \varphi_0) \delta(z-ct), \quad j_z = qc \frac{\delta(r-a)}{a} \delta(\varphi - \varphi_0) \delta(z-ct)$$

Die radiale Deltafunktion beschreibt eine Ladung mit einer Ablage a von der Achse. Man findet für die Felder

$$|\vec{E}| = E_r = \frac{q}{2\pi \epsilon_0} \frac{\delta(z-ct)}{r}, \quad |\vec{H}| = H_\varphi = \frac{q c}{2\pi} \frac{\delta(z-ct)}{r}, \quad \frac{E_r}{H_\varphi} = Z_0 \quad (4.3)$$

Hierbei ist $Z_0 = 377\Omega$ die Impedanz des freien Raumes. Da die Feldstärken vor und hinter der Ladung identisch Null sind, werden auf Ladungen, die sich in diesem Bereich befinden, keine Kräfte ausgeübt. Ebenfalls keine Kräfte erfahren Ladungen, die sich in der Ebene der Felder befinden, da sich die

Wirkungen des elektrischen und magnetischen Feldes hier gerade aufheben. Es gilt also:

$$F_z = F_r = Q(E_r - Z_0 H_\phi) = 0 \quad (4.4)$$

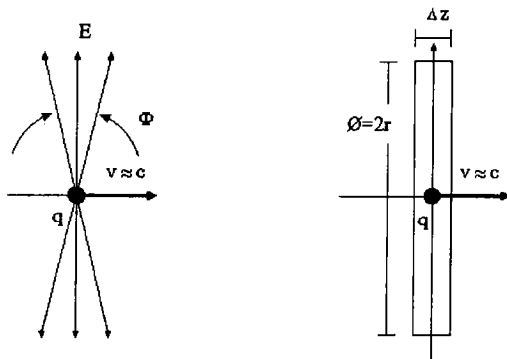


Abb. 4.1) Die elektrischen Feldlinien einer hochrelativistischen Ladung sind durch die Lorentzkontraktion auf eine dünne Scheibe zusammengezogen. Der Öffnungswinkel Φ beträgt ungefähr $1/\gamma$. Im ultrarelativistischen Grenzfall geht die Scheibendicke gegen null.

Diese Idealisierung ist auf nichtrelativistische Teilchen natürlich nicht anwendbar, für die im Bereich der Elektronenbeschleuniger üblichen Energien von einigen GeV aber durchaus gültig.

4.2. Das "Catch-Up"-Problem

Eine mit nahezu Lichtgeschwindigkeit bewegte Punktladung, die sich durch den freien Raum bewegt, besitzt - vom Laborsystem aus betrachtet - fast rein transversale elektrische und magnetische Felder. Eine im Abstand s folgende zweite Punktladung erfährt damit keinerlei Kräfte durch die erste.

Bewegen sich jedoch die beiden Ladungen in der Nähe eines Streukörpers oder innerhalb metallischer Ränder in der Umgebung eines Impedanzsprunges, ändert sich die Situation. Die führende Ladung kann von der am Streukörper gestreuten Welle nicht mehr eingeholt werden, jedoch ist es möglich, daß die zweite Ladung - abhängig von ihrem Abstand s zur führenden - von dieser Streustrahlung beeinflusst wird. Man bezeichnet die Streustrahlung als Wakefelder, ihre über eine Wegstrecke aufsummierte Wirkung auf die Punkt-

ladung als longitudinale beziehungsweise transversale Wakepotentiale. Die Bezeichnung "Wakefeld" leitet sich aus dem englischen Sprachgebrauch ab, man kann "Wake" mit Kielwasser oder Kielwelle übersetzen.

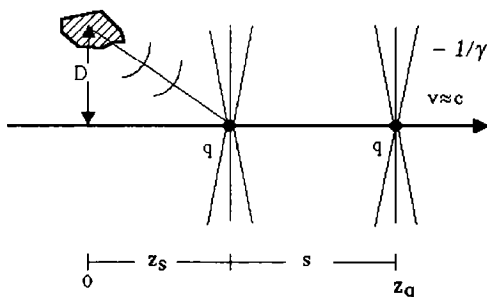


Abb. 4.2) Zwei hochrelativistische Ladungen im Abstand s . Das von der ersten Ladung verursachte Wakefeld erreicht die zweite in der Entfernung z_s .

Betrachten wir die Situation in Abb. 4.2). Für das mit $v = \beta c$ fliegende zweite Teilchen gilt:

$$D^2 + z_s^2 = \frac{z_s^2}{\beta^2} \quad \text{oder} \quad z_s \approx \gamma D \quad (4.5)$$

Die Länge der Wegstrecke, die das zweite Teilchen zurücklegt, bis es von den Wakefeldern eingeholt wird, hängt also von seiner Energie bzw. Geschwindigkeit und dem Abstand des Streukörpers von der Achse ab. Folgt das Teilchen dem ersten in einem Abstand $s < z_q - z_s$, so wird es nicht mehr von den Streufeldern erreicht.

Für den Fall einer hochrelativistischen Punktladung, die sich in einem kreiszylindrischen Rohr mit idealleitenden Wänden auf der Symmetrieachse bewegt, soll nun untersucht werden, ob in diesem Fall Wakefelder angeregt werden. Betrachten wir dazu o.B.d.A. eine Punktladung, die sich mit nahezu Lichtgeschwindigkeit auf der Symmetrieachse eines kreiszylindrischen Rohres bewegt. Ihre zeitabhängige Stromdichte ist:

$$\vec{j}(t) = j_z(t) = \frac{qc}{2\pi} \frac{\delta(\rho)}{\rho} \delta(z - ct) \quad (4.6)$$

Wir wenden eine Fouriertransformation auf die Stromdichte an, entwickeln die durch die Ladung angeregten Felder nach Eigenfunktionen des Hohlleiters

und bestimmen die Entwicklungskoeffizienten [20]. Nach Rücktransformation in den Zeitbereich finden wir folgenden Ausdruck [21]:

$$A_{0n}(t) = -\frac{q}{2\sqrt{\pi Z_0} \epsilon R_0 J_0(x_{0n})} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ikz} dz = 0, \quad B_{0n}(t) = 0 \quad (4.7)$$

da e^{ikz} regulär auf C . Dabei sind A_{0n} bzw. B_{0n} die Koeffizienten für die positive bzw. negative z -Richtung, R_0 ist der Radius des Hohlleiters, Z_0 die Impedanz und x_{0n} die n -te Nullstelle der 0-ten Besselfunktion.

Es treten auch dann keine Wakefelder auf, wenn sich die Ladung auf einer Bahn parallel zur Symmetrieachse des Zylinders bewegt oder der Zylinder keinen kreisförmigen Querschnitt besitzt. Solange die Randbedingungen im Rohr keine longitudinalen Feldkomponenten erzwingen, gibt es keine Wakefelder, da der Poyntingvektor im Rohr wegen der rein transversalen Felder der Punktladung nur eine longitudinale Komponente besitzen kann.

Bei einer Querschnittsänderung in longitudinaler Richtung oder Wandmaterial von endlicher Leitfähigkeit entstehen hingegen Wakefelder, letztere werden als Resistive-Wall Wakes bezeichnet [22].

4.3. Delta-Wakepotentiale und Verlustfaktor

In der Beschleunigerphysik ist der integrale Effekt von Wakefeldern auf ein Teilchenpaket bei der Durchquerung einer Beschleunigerstruktur von großem Interesse. Man definiert zu diesem Zweck die sogenannten Wakepotentiale, die man in longitudinale (bremsende bzw. beschleunigende) und transversale (deflektierende) Potentiale unterteilt.

$$W_z(r, r', s) = -\frac{1}{q_1} \int_{-\infty}^{\infty} [E_z(r, z-s, t)]_{t=z/c} dz \quad (4.8)$$

$$\vec{W}_\perp(r, r', s) = \frac{1}{q_1} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\vec{E}_\perp(r, z-s, t) + c(\vec{e}_z \times \vec{B}) \right]_{t=z/c} dz \quad (4.9)$$

Mit Hilfe der Wakepotentiale kann der longitudinale und transversale Impulsgewinn eines Teilchens beim Durchqueren einer Struktur wie folgt angegeben werden:

$$\Delta P_z = -\frac{q_1 q_2}{c} W_z(r, r', s), \quad \Delta P_\perp = \frac{q_1 q_2}{c} W_\perp(r, r', s) \quad (4.10)$$

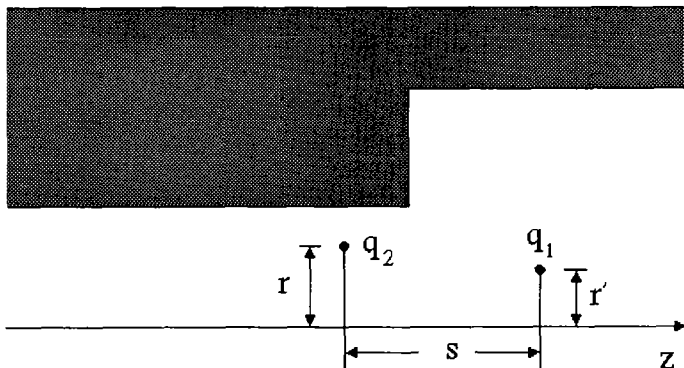


Abb. 4.3) Eine Testladung q_2 folgt im Abstand s der erregenden Ladung q_1 durch eine zylindersymmetrische Struktur. An einem Impedanzsprung im (idealleitenden) Rohr entstehen Wakefelder, die auf die Testladung zurückwirken.

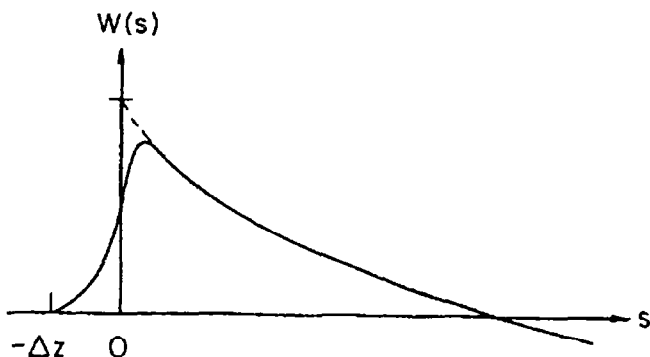


Abb. 4.4) Die durchgezogene Linie zeigt ein longitudinales Wakepotential für $v < c$. Die Wirkung eilt dem Teilchen um Δz voraus. Die gestrichelte Linie zeigt ein Wakefeld für $v = c$. Es gilt: $\Delta z \approx z_q/2\gamma^2$.

Wir bezeichnen das Kopfteilchen mit q_1 , die im Abstand folgende Testladung mit q_2 . Die Vorzeichenkonvention ist dabei so gewählt, daß ein positives longitudinales Wakepotential bremsend wirkt (falls q_1 und q_2 gleiches Vorzeichen haben).

Da eine hochrelativistische Ladung - wie wir oben festgestellt haben - kein Feld in longitudinaler Richtung besitzt, muß auch das Wakepotential für eine vor der Ladung herfliegende zweite Ladung null sein. Die Wakepotentiale werden daher als kausal bezeichnet. Für Teilchengeschwindigkeiten, die deutlich kleiner c sind, ist es zwar immer noch möglich, ein Wakepotential zu definieren, aber da hier die Potentiale von der Teilchengeschwindigkeit abhängen, verliert das Konzept an Brauchbarkeit.

Hat man einmal die Wakepotentiale für Punktladungen berechnet, so können die Wakepotentiale für gegebene Ladungsverteilungen daraus einfach berechnet werden, die Potentiale für Punktladungen sind nämlich Greensfunktionen des betrachteten Problems. Die Wirkung einer Linienladung $\lambda(s)$ kann durch Aufsummieren der Einzelbeiträge von Teilladungen Δq angegeben werden.

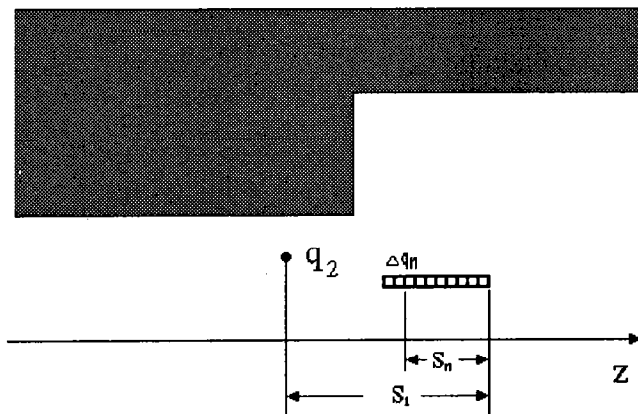


Abb. 4.5) Zur Berechnung des Wakepotentials eines Teilchenpakets wird es in Teilladungen Δq zerlegt. Deren Einzelbeiträge werden aufsummiert.

Die am Ort s hinterlassene Spannung $V_z(s)$, auch als Bunchpotential bezeichnet, ist damit:

$$V_z(s) = \sum_n \Delta q_n W_z(r, r', s) = \sum_n \lambda(s) W_z(r, r', s) (s_{n+1} - s_n) \quad (4.11)$$

Bei immer feinerer Unterteilung der Linienladung findet man im infinitesimalen Grenzfall:

$$V_z(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \lambda(s') W_Z(r, r', s) ds' \quad (4.12)$$

Das transversale Bunchpotential kann ebenso berechnet werden.

$$\vec{V}_\perp(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \lambda(s') \vec{W}_\perp(r, r', s) ds' \quad (4.13)$$

Die von einer Linienladung im Resonator zurückgelassene Energie beträgt:

$$\Delta U = \int_{-\infty}^{\infty} \lambda(s) V_z(s) ds \quad (4.14)$$

Mit Hilfe von (4.12) läßt sich eine weitere nützliche Größe, der sogenannte longitudinale Verlustfaktor k_z , definieren.

$$k_z = \frac{\Delta U}{q_1^2} \quad (4.15)$$

Analog dazu kann man noch den transversalen Verlustfaktor \vec{k}_\perp angeben.

$$\vec{k}_\perp = \frac{1}{q_1^2} \int_{-\infty}^{\infty} \lambda(s) \vec{V}_\perp \quad (4.16)$$

Ein longitudinaler Energieverlust in einem Resonator ist durch Vergrößern der Beschleunigungsspannung auszugleichen, ein Anfachen von transversalen Schwingungen im Strahl kann jedoch schon während einer sehr kurzen Wegstrecke zu einer nicht mehr tolerablen Verschlechterung der Strahlqualität oder sogar zum Totalverlust durch Wandberührung führen. Im folgenden stellt sich die Frage, welche Felder bzw. Resonatormoden eine transversale Strahlablenkung verursachen können.

4.4. Das Panofsky-Wenzel-Theorem

Wir betrachten ein Teilchen, das einen in einer Eigenmode schwingenden Resonator durchquert. Die Kräfte, die das Teilchen dabei erfährt und es unter Umständen von seiner ursprünglichen Bahn ablenken, rühren von den elektrischen und magnetischen Feldern der Resonatormode her.

Es soll nun untersucht werden, welche Moden eine Ablenkung des Teilchens verursachen und welche Moden Felder besitzen, die sich in ihrer Wirkung über die Länge der Struktur gerade aufheben.

Dazu betrachten wir - ohne Beschränkung der Allgemeinheit - einen zylindrischen Resonator, der parallel zu seiner Längsachse von einem Teilchen mit der Geschwindigkeit $v_T \approx c$ durchquert wird (vgl. Abb. 4.6)). Dabei soll angenommen werden, daß sich die Teilchenbahn bei der Durchquerung des Resonators nicht merklich ändert.

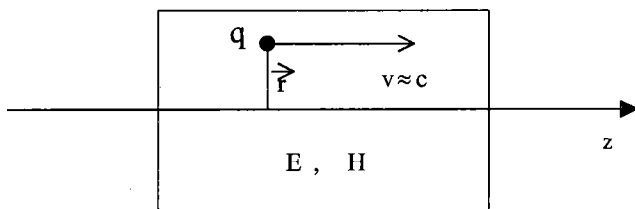


Abb. 4.6) Ein zylindrischer Resonator wird parallel zur Strahlachse von einem ultrarelativistischen Teilchen durchflogen.

Die auf das Teilchen wirkende Lorentzkraft ist durch

$$\vec{F} = q(\vec{E} + c(\vec{e}_z \times \vec{B})) \quad (4.17)$$

gegeben. Dabei bezeichnet q die Ladung, \vec{e}_z den Einheitsvektor in Richtung der Resonatorlängsachse. Man erkennt sofort, daß ein magnetisches Feld in z -Richtung keine Kräfte auf das Teilchen ausübt, wegen $\vec{e}_z \times \vec{B}_z = 0$. Kräfte in Bewegungsrichtung (z -Richtung) des Teilchens rühren also vom elektrischen z -Feld her, transversale Kräfte sowohl von den transversalen elektrischen und magnetischen Feldern.

$$F_z = qE_z, \quad \vec{F}_\perp = \vec{F}_r + \vec{F}_\phi = q \left((E_r - cB_\phi) \vec{e}_r + (E_\phi + cB_r) \vec{e}_\phi \right) \quad (4.18)$$

Aufgrund der Annahme, daß das Teilchen den Resonator parallel zur Strahlachse durchquert, hat die Stromdichte in der Struktur ebenfalls nur eine z-Komponente.

$$\vec{j} = j_z = c\rho \quad (4.19)$$

Das Ziel wird es nun sein, einen Zusammenhang zwischen longitudinalen und transversalen Kräften für eine gegebene Resonatormode herzustellen. Gleichzeitig wird es möglich, die Bestimmung wichtiger Resonatorkenngrößen wie der transversalen Shuntimpedanz R_{\perp} und des transversalen Verlustfaktors k_{\perp} auf eine Messung des longitudinalen elektrischen Feldes an ausgezeichneten Stellen r und ϕ im Resonator zurückzuführen.

Wir schreiben zunächst einmal die Maxwellgleichungen in Zylinderkoordinaten auf:

$$\begin{aligned} \text{a) } & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rE_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} E_{\phi} + \frac{\partial}{\partial z} E_z = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \\ \text{b) } & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} B_z - \frac{\partial}{\partial z} B_{\phi} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} E_r \\ \text{c) } & \frac{\partial}{\partial z} B_r - \frac{\partial}{\partial r} B_z = \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} E_{\phi} \\ \text{d) } & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rB_{\phi}) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} B_r = \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} E_z + \frac{1}{c\epsilon_0} \rho \\ \text{e) } & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rB_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} B_{\phi} + \frac{\partial}{\partial z} B_z = 0 \\ \text{f) } & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} E_z - \frac{\partial}{\partial z} E_{\phi} = -\frac{\partial}{\partial t} B_r \\ \text{g) } & \frac{\partial}{\partial z} E_r - \frac{\partial}{\partial r} E_z = -\frac{\partial}{\partial t} B_{\phi} \\ \text{h) } & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rE_r) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} E_{\phi} = -\frac{\partial}{\partial t} B_z \end{aligned} \quad (4.20)$$

Wir haben oben angenommen, daß die Teilchengeschwindigkeit gerade gleich c ist. Damit können wir die Orts- und Zeitabhängigkeit der Felder im Resonator von der Form $f(z \pm ct)$ annehmen und erhalten für den Zusammenhang zwischen Orts- und Zeitableitung:

$$\frac{\partial}{\partial t} = -c \frac{\partial}{\partial z} \quad (4.21)$$

Diese Beziehung ermöglicht es uns, die Zeitableitungen in den Gleichungen (4.20) durch Ableitungen nach z zu ersetzen. Wir erhalten so aus b):

$$-\frac{qc}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} B_z = \frac{\partial}{\partial z} F_r \quad (4.22)$$

unter Verwendung von (4.18). Gleichzeitig erhält man aus c), f) und g):

$$qc \frac{\partial}{\partial r} B_z = \frac{\partial}{\partial z} F_\phi \quad (4.23)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} F_z = \frac{\partial}{\partial z} F_\phi \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} F_z = \frac{\partial}{\partial z} F_r \quad (4.25)$$

Wir fassen nun (4.22) und (4.25) sowie (4.23) und (4.24) zusammen und finden so:

$$-\frac{qc}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} B_z = \frac{\partial}{\partial z} F_r = \frac{\partial}{\partial r} F_z \quad (4.26)$$

$$qc \frac{\partial}{\partial r} B_z = \frac{\partial}{\partial z} F_\phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} F_z \quad (4.27)$$

Wir kombinieren nun noch diese beiden Gleichungen. Mit $\vec{F}_r + \vec{F}_\phi = \vec{F}_\perp$ und $\nabla_\perp = \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi}$ erhalten wir:

$$\frac{\partial}{\partial z} \vec{F}_\perp = \nabla_\perp F_z \quad (4.28)$$

Diese Beziehung wird das Panofsky-Wenzel-Theorem [23] genannt. Sie gilt an jeder Stelle im Inneren des Resonators. Die transversale Impulsänderung, die ein Teilchen beim Durchqueren eines Resonators erfährt, ist, da

$$\Delta \vec{P}_{\perp,z} = \frac{1}{c} \int_0^L \vec{F}_{\perp,z}(z-z') dz' \quad (4.29)$$

gerade

$$\Delta \vec{P}_{\perp} = \int_0^L \nabla_{\perp} P_z dz, \text{ oder } \frac{\partial}{\partial t}(\Delta \vec{P}_{\perp}) = -\nabla_{\perp}(\Delta W) \quad (4.30)$$

wobei L die Länge des Resonators und ΔW der Energiegewinn ist.

Man erkennt, daß eine Beschleunigermode nur dann eine transversale Impulsänderung eines Teilchens verursacht, wenn der longitudinale Impulsge-
winn von der Ablage zur Strahlachse abhängt. Diese Aussage ist von großer
Bedeutung, denn sie erlaubt die Eingrenzung der für die Teilchen "gefähr-
lichen" Moden auf TM_{mnp} -Moden bzw. auf TM-artige Feldanteile in Irisstruk-
turen vorkommender hybrider oder HEM-Moden (z.B. HEM_{11} - π -Mode). TE-
Moden sind demnach für die Strahlablenkung in Beschleunigerstrukturen oh-
ne Bedeutung. Dieser Befund ist auf den ersten Blick erstaunlich, scheinen
hier doch die rein transversalen elektrischen Felder für eine Strahlablenkung
prädestiniert zu sein.

4.5. Eigenwellenentwicklung der Wakefelder

4.5.1. Elektrisches und magnetisches Feld, Gesamtenergie

Das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r}, t)$ und das magnetische Feld $\vec{B}(\vec{r}, t)$ in einem Re-
sonator können mit Hilfe des magnetischen Vektorpotentials $\vec{A}(\vec{r}, t)$ und eines
skalaren Potentials $\Psi(\vec{r}, t)$ ausgedrückt werden.

$$\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{A} - \nabla \Psi$$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (4.31)$$

In der Coulomb-Eichung $\nabla \cdot \vec{A} = 0$ genügt das Vektorpotential der inhomoge-
nen Wellengleichung

$$\Delta \vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{A} = -\mu_0 \vec{J} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla \Psi \quad (4.32)$$

Das skalare Potential erfüllt die Poissonsgleichung

$$\Delta \Psi = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (4.33)$$

mit der Lösung:

$$\Psi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \frac{\rho(\vec{r}', t)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV' \quad (4.34)$$

Das skalare Potential ist also das Potential, welches von einer im Resonatorvolumen V vorhandenen Ladungsdichte ρ herrührt. Es verschwindet für den Fall, daß die Ladungsdichte ebenfalls verschwindet.

Wir betrachten nun den geschlossenen Resonator, wobei wir annehmen, daß die Leitfähigkeit der Wände beliebig gut sei. Wir entwickeln nun das Vektor- wie das skalare Potential in Eigenfunktionen des leeren Resonators. Aufgrund der Eigenschaften der Eigenlösungen kann man die Potentiale als Summen über Produkte der Eigenmoden $\vec{a}_v(\vec{r})$ bzw. Φ_v mit zeitabhängigen Entwicklungskoeffizienten $h_v(t)$ bzw. g_v ausdrücken [24]:

$$\begin{aligned} \vec{A}(\vec{r}, t) &= \sum_v h_v(t) \vec{a}_v(\vec{r}) \\ \Psi(\vec{r}, t) &= \sum_v g_v(t) \Phi_v(\vec{r}) \end{aligned} \quad (4.35)$$

Diese Summen sind im allgemeinen Dreifachsummen über die drei Raumrichtungen, $v = m, n, p$. Die Eigenmoden sind divergenzfrei, sie erfüllen die homogenen Wellengleichungen:

$$\begin{aligned} \Delta \vec{a}_v + \left(\frac{\omega_v}{c} \right)^2 \vec{a}_v &= 0 \\ \Delta \Phi_v + \left(\frac{\Omega_v}{c} \right)^2 \Phi_v &= 0 \end{aligned} \quad (4.36)$$

Im allgemeinen gilt $\Omega_v \neq \omega_v$. Die Randbedingungen an der Resonatorwand lauten:

$$\vec{a}_v \times \vec{n} = 0, \quad \Phi_v = 0 \quad (4.37)$$

Die oben eingeführten Eigenfunktionen sollen weiterhin normiert sein, das heißt, es soll gelten:

$$\frac{\epsilon_0}{2} \iiint_V \vec{a}_v \cdot \vec{a}_\mu^* dV = U_v \delta_{v\mu} \quad (4.38)$$

Dabei ist U_v die in der v -ten Resonatormode gespeicherte Energie. Die Normierung der skalaren Potentiale der Eigenmoden soll sich auf den Energiegehalt des Feldes beziehen. Das führt auf:

$$\frac{\epsilon_0}{2} \iiint_V \nabla \Phi_v \cdot \nabla \Phi_v^* dV = T_v \delta_{v\mu} \quad (4.39)$$

Mit diesen Vereinbarungen lautet die Wellengleichung (4.2) jetzt:

$$\sum_v \left[(\ddot{h}_v + \omega_v^2 h_v) \vec{a}_v + g_v \nabla \Phi_v \right] = \mu_0 \vec{J} c^2 \quad (4.40)$$

Daraus erhält man mit Hilfe der Normierungsbedingungen die Bestimmungsgleichungen für die Entwicklungskoeffizienten h_v und g_v .

$$\ddot{h}_v + \omega_v^2 h_v = \frac{1}{2U_v} \iiint_V \vec{J} \cdot \vec{a}_v dV$$

$$g_v = \frac{1}{2T_v} \iiint_V \rho \Phi_v dV \quad (4.41)$$

Befindet sich kein Strom und damit auch keine Ladung im Resonator, so sind die h_v proportional zu $\cos(\omega_v t + \theta_v)$. Ebenfalls verschwinden die g_v und somit auch Ψ .

Mit Hilfe von Gleichung (4.31) können jetzt die Felder angegeben werden:

$$\vec{E} = -\sum_v \left(h_v \vec{a}_v + g_v \nabla \Phi_v \right)$$

$$\vec{B} = \sum_v h_v \nabla \times \vec{a}_v \quad (4.42)$$

Die im Resonator gespeicherte Energie ist damit:

$$W = \sum_v \left(\dot{h}_v^2 U_v + g_v^2 T_v + \omega_v^2 h_v^2 U_v \right) \quad (4.43)$$

die Faktoren U_n und T_n stammen dabei aus der Normierung.

4.5.2. Das longitudinale Wakepotential

Das longitudinale (Delta-)Wakepotential W_z ist definiert als die von einer punktförmigen Testladung erfahrene Spannung entlang des von der erregenden Ladung durchflogenen Weges (Strahlachse) bezogen auf deren Ladung q . Der Abstand der beiden Ladungen sei s . W_z ist damit eine Greensfunktion und kann zur Berechnung des Spannungsverlustes in einem hochrelativistischen Bunch beliebiger Form verwendet werden (vgl. oben Gleichung (4.12)).

Zur Berechnung des Wakefelds einer mit $v = c$ durch einen leeren Resonator fliegenden Punktladung q müssen wir erst die Felder bestimmen. Als Ansatz für die Ladungs- und Stromdichte nehmen wir an:

$$\rho = q \delta(x) \delta(y) \delta(z - ct), \quad \vec{J} = J_z = \vec{e}_z c \rho \quad (4.44)$$

Damit folgt auch, daß die a_v ebenfalls nur eine z -Komponente besitzen.

Es sei L die Länge des Resonators. Damit müssen drei Fälle unterschieden werden: Die Testladung fliegt vor der erregenden her, das erste Teilchen und die Testladung befinden sich beide im Resonator oder die erregende Ladung hat den Resonator bereits wieder verlassen. Es folgt damit für die h_v :

$$\ddot{h}_v + \omega_v^2 h_v = \frac{qc}{2U_v} \begin{cases} 0, & t < 0 \\ a_v(0, 0, ct), & 0 < t < L/c \\ 0, & t > L/c \end{cases} \quad (4.45)$$

Mit den Anfangsbedingungen $h(0) = \dot{h}(0) = 0$ findet man die Lösung durch Variation der Konstanten [25].

$$h_v = \frac{qc}{2U_v \omega_v} \int_0^{L/c} \sin\left(\frac{\omega_v}{c}(t - t')\right) a_v(ct') dt' \quad (4.46)$$

Für die g_v findet man:

$$g_v = \frac{q}{2T_v} \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \Phi_v(0, 0, ct), & 0 < t < L/c \\ 0, & t > L/c \end{cases} \quad (4.47)$$

Betrachten wir nun als erstes den Fall $t > L/c$. Es befindet sich keine Ladung mehr in der Kavität. Gemäß Gleichung (4.47) sind die g_v null, die gespeicherte Energie beträgt dann:

$$W = \sum_v \left(\dot{h}_v^2 + \omega_v^2 h_v^2 \right) U_v \quad (4.48)$$

Wir substituieren ct' mit z und erhalten unter Verwendung von (4.46) :

$$W = q^2 \sum_v \frac{1}{4U_v} \left[\left(\int_0^L \cos(\omega_v \frac{z}{c}) a_v(z) dz \right)^2 + \left(\int_0^L \sin(\omega_v \frac{z}{c}) a_v(z) dz \right)^2 \right] \quad (4.49)$$

Die Entwicklungskoeffizienten a_v haben die Eigenschaft, bei Integration entlang der Teilchenbahn (z -Achse), gerade die vom Teilchen durchfallene Spannung zu liefern. Sie ist eine reelle Größe, da die a_v reell sind. Damit bietet sich folgende zweckmäßige Definition für die Spannung der v -ten Mode entlang der Teilchenbahn an:

$$V_v = \int_0^L a_v(z) \exp(-i\omega_v \frac{z}{c}) dz \quad (4.50)$$

Wie man sieht, beinhaltet V_v durch den Exponentialterm schon eine Korrektur für die Flugzeit des Teilchens durch die Struktur. V_v bezeichnet also die effektive vom Teilchen durchfallene Spannung.

Jetzt kann man die Energie W mit Hilfe dieser Definition wie folgt ausdrücken:

$$W = q^2 \sum_v \frac{|V_v|^2}{4U_v} = q^2 \sum_v k_v \quad (4.51)$$

wenn man den sogenannten Verlustfaktor k_v einführt. k_v ist eine durch die Beschaffenheit der Kavität bestimmte Größe. Natürlich hängt der Wert von k_v vom gewählten Integrationsweg ab.

Das (longitudinale) Wakepotential $W_z(s)$ einer Punktladung kann nun angegeben werden. Man hat dazu folgendes Integral zu lösen:

$$W_z(s) = -\frac{1}{q} \int_0^L E_z(z, \frac{z+s}{c}) dz \quad (4.52)$$

Hierbei ist angenommen, daß z die Koordinate der zweiten (Test-) Ladung ist und die erregende Ladung um den Abstand s vorausfliegt. Mit Hilfe der ersten Gleichung (4.42) läßt sich das Wakepotential darstellen als:

$$W_z(s) = \frac{1}{q} \sum_v \int_0^L \left(h_v \left(\frac{z+s}{c} \right) a_v(z) + g_v \left(\frac{z+s}{c} \right) \frac{\partial}{\partial z} \Phi_v(z) \right) \quad (4.53)$$

Es müssen wieder verschiedene Fälle unterschieden werden. Betrachten wir zuerst den Fall $s > L$, das Kopfteilchen hat die Kavität bereits verlassen. Wir finden:

$$W_z(s)|_{s>L} = 2 \sum_v k_v \cos\left(\frac{\omega_v}{c}s\right) \quad (4.54)$$

Nehmen wir an, die erregende Ladung ist noch im Resonator wenn das Testteilchen $z = 0$ erreicht; wir betrachten also den Fall $0 < s < L$. Solange $z+s < L$ ist, wird das vom Kopfteilchen hinterlassene Feld durch die h_v beschrieben, man integriert also von 0 bis $z+s$. Das Testteilchen hat aber bis dahin nur im Bereich $0 < z < L-s$ Feld gesehen. Nun ist aber noch der Rest der Hinterlassenschaft des Kopfteilchens zu berücksichtigen, denn das Testteilchen fliegt ja noch s bis zum Ende der Struktur. Hier liegt wieder der Fall der angeregten leeren Kavität vor. Nach längerer elementarer Rechnung erhält man unter Ausnutzung der Kausalität des Wakepotentials ($W_z(s) < 0$ für $s < 0$) wieder (4.54). Dieses zunächst erstaunliche Ergebnis rührt daher, daß sich ultrarelativistische Teilchen nicht gegenseitig "sehen" (vgl. Kap. 4.1), Raumladungseffekte sind hier vernachlässigbar. Außer in diesem speziellen Fall ($v = c$) sind die Φ_v natürlich von Bedeutung, das hier verwendete einfache Wakefeld-Konzept wird allerdings unbrauchbar.

Im Fall $s = 0$ kennen wir die Lösung bereits. Sie ist mit der oben untersuchten Situation einer ladungsfreien angeregten Kavität identisch. Wir können also das Ergebnis zusammenfassen:

$$W_z(s) = \sum_v k_v \cos\left(\frac{\omega_v}{c}s\right) \begin{cases} 0, & s < 0 \\ 1, & s = 0 \\ 2, & s > 0 \end{cases} \quad (4.55)$$

Mit Hilfe dieses Ergebnisses läßt sich nun auch die Frage beantworten, welchen Anteil der von ihm hinterlassenen Spannung das Teilchen selbst "sieht". Das führt auf das sogenannte "Fundamental Theorem of Beam Loading" (FTBL).

4.5.3. Fundamental Theorem of Beam Loading

Das FTBL [26] beantwortet die Frage nach der Größe des Energieverlustes, den ein Teilchen beim Durchqueren eines Resonators erfährt. Die Antwort wurde zuerst von P.B. Wilson über eine Energiebilanzbetrachtung gegeben.

Bei Betrachtung von Gleichung (4.55) wird klar, daß unmittelbar hinter der erregenden Punktladung das Wakepotential doppelt so groß wie unmittelbar am Ort der Ladung ist. Das bedeutet, $W_z(s)$ wird unmittelbar hinter der Ladung maximal ($s = 0^+$). Man kann schreiben:

$$W(0) = \frac{1}{2} W(0^+) \quad (4.56)$$

Die erregende Ladung "sieht" also gerade die Hälfte der von ihr in der Struktur hinterlassenen Spannung.

4.5.4. Das transversale Wakepotential

Analog zum longitudinalen Wakepotential läßt sich auch ein transversales Wakepotential definieren. Während das longitudinale Potential ein Maß für den Energieverlust eines Teilchens an eine oder mehrere Eigenmoden eines Resonators ist, ist das transversale Wakepotential ein Maß für Ablenkung (bzw. den transversalen Impulsgewinn) eines Teilchens von der Resonatorachse.

Wir definieren wie folgt (vgl. auch (4.9)):

$$\vec{W}_\perp(s) = \frac{1}{q} \int_0^L \left[\vec{E}_\perp + (\vec{v} \times \vec{B})_\perp \right]_{t=\frac{zs}{c}} dz \quad (4.57)$$

Hierbei ist angenommen, daß Kopf- und Testteilchen die Kavität auf der selben Bahn mit einer bestimmten Ablage von der Strahlachse durchqueren.

Die Annahme eines magnetischen Vektorpotentials mit lediglich einer z-Komponente genügt, wie im longitudinalen Fall, um ein vollständiges System von Eigenmoden zu erhalten.

$$\vec{W}_\perp(s) = \frac{1}{q} \int_0^L [c \nabla_\perp A_z - \nabla_\perp \Psi]_{t=\frac{zs}{c}} dz \quad (4.58)$$

Wie im longitudinalen Fall stellt das transversale Wakepotential wieder eine Greensfunktion dar. Die Potentiale sind mit den oben angegebenen identisch,

ebenfalls die zeitlichen Entwicklungskoeffizienten h_v und g_v . Es bleibt also der folgende Ausdruck zu bestimmen:

$$\vec{W}_\perp(s) = \frac{1}{q} \int_0^L \left(ch_v\left(\frac{z+s}{c}\right) \nabla_\perp a_v(z) - g_v\left(\frac{z+s}{c}\right) \nabla_\perp \Phi_v(z) \right) dz \quad (4.59)$$

Wir haben nun wieder die Fälle $s < 0$, $0 < s < L$, $s > L$ zu unterscheiden. Wegen Kausalität der Wakepotentiale folgt sofort $\vec{W}_\perp = 0$ für $s < 0$. Der weitere Gang der Lösung ist ganz ähnlich zum longitudinalen Fall. Wegen der Annahme ultrarelativistischer Teilchen spielt die Raumladung keine Rolle und man erhält in den anderen beiden Fällen wieder identische Ergebnisse. Weiterhin erhält man $\vec{W}_\perp = 0$ für $s = 0$. Man kann also zusammenfassen:

$$\vec{W}_\perp(s) = \sum_v \frac{c}{\omega_v} \frac{V_v^* \nabla_\perp V_v}{2U_v} \sin\left(\frac{\omega_v s}{c}\right) \begin{cases} 0, & s \leq 0 \\ 1, & s > 0 \end{cases} \quad (4.60)$$

Analog zum longitudinalen Verlustfaktor (vgl. (4.21)) kann man nun einen transversalen Verlustfaktor $\vec{k}_{v\perp}(s)$ einführen.

$$\vec{k}_{v\perp}(s) = \frac{c}{\omega_v} \frac{V_v^* \nabla_\perp V_v}{4U_v} \quad (4.61)$$

Die Aussage gilt für Strukturen, die in Bezug auf die z-Achse (Strahlachse) symmetrisch sind. Man sieht, daß im Gegensatz zum longitudinalen Wakepotential die erregende Ladung selbst kein Wakefeld spürt. Das Maximum des transversalen Wakes liegt hinter der erregenden Ladung.

4.5.5. Verallgemeinerung auf unterschiedliche Teilchenbahnen

Wir betrachten wieder Strukturen mit Symmetrie in z-Richtung (z.B. Zylindersymmetrie). In diesem Fall läßt sich das Vektorpotential a_v als Produkt einer transversalen mit einer longitudinalen Komponente schreiben.

$$a_v = F(r, \varphi) \cdot f(z) \quad (4.62)$$

Kopf- und Testteilchen sollen auf verschiedenen Bahnen parallel zur z-Achse die Struktur durchqueren (vgl. Abb. 4.7).

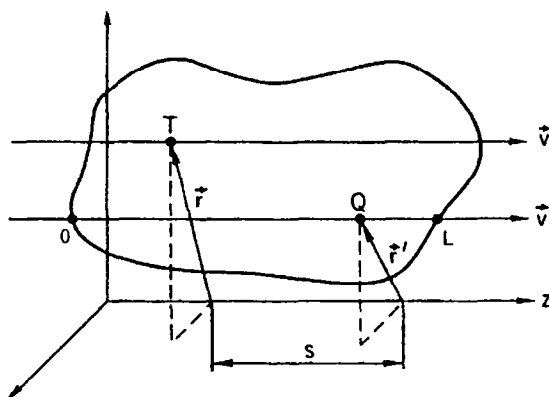


Abb. 4.7) Eine erregende Punktladung q bewegt sich mit c durch einen Resonator. Ihre Achsenablage sei \vec{r}' . Sie tritt bei $z = 0$ in die Struktur ein und verläßt diese bei $z = L$. In festem Abstand s folgt das Testteilchen T . Seine Ablage sei \vec{r} .

Die erregende Ladung erzeugt ein Feld, das in seiner Stärke vom Ort der Anregung, also \vec{r}' abhängt. Das Folgeteilchen spürt jetzt dieses Feld am Ort \vec{r} . In diesem Fall sind das longitudinale und das transversale Wakepotential Funktionen von \vec{r} und \vec{r}' . Auf die gleiche Weise wie oben erhält man schließlich:

$$W_z(\vec{r}, \vec{r}', s) = \epsilon(s) \sum_v k_v(\vec{r}, \vec{r}') \cos\left(\frac{\omega_v}{c} s\right)$$

$$\vec{W}_\perp(\vec{r}, \vec{r}', s) = \epsilon(s) \sum_v \vec{k}_{v\perp}(\vec{r}, \vec{r}') \sin\left(\frac{\omega_v}{c} s\right) \quad (4.63)$$

wobei $\epsilon(s)$ die sogenannte Neumannsche Zahl mit

$$\epsilon(s) = \begin{cases} 0, & s < 0 \\ 1, & s = 0 \\ 2, & s > 0 \end{cases} \quad (4.64)$$

ist. Die Verlustfaktoren lauten nun:

$$k_v(\vec{r}, \vec{r}', s) = \frac{V_v^*(\vec{r}') V_v(\vec{r})}{4U_v}$$

$$\vec{k}_{v\perp}(\vec{r}, \vec{r}', s) = \frac{c}{\omega_v} \frac{V_v^*(\vec{r}') \nabla_\perp V_v(\vec{r})}{4U_v} \quad (4.65)$$

Die Gradientenbildung wirkt nur auf die ungestrichene Koordinate. Leitet man das transversale Wakepotential nach der Koordinate s ab und bildet den transversalen Gradienten des longitudinalen Wakepotentials, so findet man den folgenden Zusammenhang:

$$\frac{\partial}{\partial s} \vec{W}_{\perp} = \nabla_{\perp} W_z \quad (4.66)$$

Diese Gleichung ist aber nichts anderes als eine andere Formulierung des Panofsky-Wenzel-Theorems, das wir schon oben (vgl. Kap. 4.4) kennengelernt haben. Sie ist gültig für den ultrarelativistischen Fall, in dem Raumladungseffekte keine Rolle spielen.

4.5.6. Rückführung der Wakepotentiale auf Resonatorkenngrößen

Der Verlustfaktor soll nun mit Größen in Verbindung gebracht werden, die einer direkten Messung zugänglich sind. Damit gelingt die Charakterisierung des Wakefeld-Verhaltens eines Resonators durch Größen wie Resonanzfrequenz, Güte und Shuntimpedanz. Wir nehmen dazu an, beide Teilchen durchqueren den Resonator auf der Strahlachse.

In Gleichung (4.50) hatten wir die effektive Spannung der v -ten Mode entlang der Teilchenbahn definiert. Diese Spannung kann man auch mit Hilfe der Shuntimpedanz R ausdrücken. Es gilt dann (wieder unter Berücksichtigung der Flugzeit):

$$R_v = \frac{|V_v|^2}{P_v} \quad (4.67)$$

Dabei ist P_v die in der v -ten Mode im Resonator verbrauchte Leistung. Die in der Mode gespeicherte Energie kann mit Hilfe der Güte ausgedrückt werden.

$$Q_v = \omega_v \frac{U_v}{P_v} \quad (4.68)$$

Jetzt können wir den Verlustfaktor mit Hilfe meß- oder berechenbarer Größen angeben:

$$k_v(s) = \frac{\omega_v R_v}{4 Q_v} \quad (4.69)$$

Wie man sieht, ist der Verlustfaktor eine geometrieabhängige Größe. Entscheidend für die Stärke des Energieverlusts ist lediglich die Form der Kavität und die Resonanzfrequenz.

Man kann nun den Begriff der Shuntimpedanz mit Hilfe des Panofsky-Wenzel-Theorems für transversal strahlablekende Resonatormoden anwenden. Dies führt auf die transversale Shuntimpedanz [27]. Wir betrachten dazu erneut die Entwicklung des E_z -Feldes für kleine Argumente (vgl. (3.3)). Das Argument der Besselfunktion läßt sich noch etwas umformen:

$$k_{rv} = \sqrt{k_0^2 - k_v^2} = i \frac{k_0}{\beta \gamma} \quad (4.70)$$

Dabei sind $\beta = v_T/c$ und $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$. Der Nenner in (4.70) ist gerade der Teilchenimpuls in Einheiten von $m_0 c$. Beschränken wir uns auf die teilchensynchrone Raumharmonische und betrachten ein Teilchen in Achsennähe, so finden wir für seinen Energiegewinn in Abhängigkeit von der Achsenablage:

$$\Delta W = q C_v \frac{1}{m!} \left(\frac{k_0 r}{2\beta \gamma} \right)^m \cos(m\varphi) \Lambda_v \quad (4.71)$$

Das Produkt $k_0 r$ muß wegen der unteren Grenzfrequenz einer Irisstruktur von der Größenordnung 1 sein, der Nenner ist jedoch für ein hochrelativistisches Teilchen groß gegen 1. Der Energiegewinn eines Teilchens in Abhängigkeit von seiner Achsenablage wird damit proportional r^m . Aus dem Panofsky-Wenzel-Theorem wissen wir aber, daß der transversale Impulsgewinn eines Teilchens über die Ableitung nach r mit dem longitudinalen Impuls- bzw. Energiegewinn verknüpft ist (vgl. (4.30)). Damit gilt:

$$\Delta P_\perp \propto r^{m-1} \quad (4.72)$$

Alle Moden mit $m \geq 1$, also Dipol-, Quadrupolmoden usw. kommen somit als BBU Verursacher in Frage; von praktischer Bedeutung sind aber lediglich Dipol- und eingeschränkt Quadrupolmoden.

Man findet weiterhin, daß für Dipolmoden gilt [28]:

$$\Delta P_\perp = \frac{1}{i k_0 r} \Delta P_z \quad (4.73)$$

Wir definieren nun die transversale Shuntimpedanz auf folgende Weise als eine Größe, die die transversale Ablenkung eines Teilchens in einem Resonator beschreibt:

$$R_\perp = \frac{\left(\int_0^L \frac{1}{k_0} \left(\frac{\partial}{\partial r} E_z(r, \varphi, z, t) \right) dz \right)^2}{P} \quad (4.74)$$

dabei ist $k_0 = \omega/c$. Mit (4.73) erhält man direkt die Meßvorschrift. Der transversale Impulsgewinn und damit die transversale Shuntimpedanz ist an einer Stelle $r = 1/k_0 = c/\omega$ mit der longitudinalen Shuntimpedanz identisch.

Man kann nun den longitudinalen sowie den transversalen Verlustfaktor auf die transversale Shuntimpedanz beziehen. In der Nähe der Resonatorachse gilt damit für $W_z(r, r', s)$ (dabei ist $s > 0$ vorausgesetzt):

$$W_z(r, r', s) = \sum_v \frac{\omega_v}{2} \left(\frac{R_{v\perp}}{Q_v} \right) (k_0 r') (k_0 r) \cos\left(\frac{\omega_v}{c} s\right) \quad (4.75)$$

und für das transversale Wakepotential:

$$\vec{W}_\perp(r, r', s) = \sum_v \frac{\omega_v}{2} \left(\frac{R_{v\perp}}{Q_v} \right) (k_0 r') \sin\left(\frac{\omega_v}{c} s\right) \quad (4.76)$$

Diese Ausdrücke sind nicht nur für Dipolmoden gültig sondern auch näherungsweise auf alle höheren Resonatormoden anwendbar.

4.6. Skalierungsregeln für die Wakepotentiale

Aus meßtechnischen Gründen ist es manchmal vorteilhaft, Experimente an maßstäblich vergrößerten Modellstrukturen durchzuführen. So sind z.B. Störkörpermessungen an K-Band-Resonatoren wegen der Kleinheit der Strukturen äußerst schwierig, während man Kavitäten im S-Band recht bequem handhaben kann. Die dort gefundenen Resultate müssen aber anschließend in eine 30GHz-Struktur übersetzt werden. Dazu müssen Skalierungsregeln aufgestellt werden.

Wir gehen nun von einem hypothetischen Beschleuniger aus, der die für ein Experiment benötigte Teilchenenergie W liefern soll. Der gesamte Beschleuniger bestehe aus N Sektionen, womit gilt:

$$W = \sum_{i=1}^N \Delta W_i \quad (4.77)$$

Um jetzt Beschleuniger bei verschiedenen Frequenzen vergleichen zu können, soll angenommen werden, daß die Beschleunigungsfeldstärke E_z in allen Konzepten stets gleich ist. Der Energiegewinn ΔW pro Sektion kann wie folgt angegeben werden (vgl Kap. 3.3):

$$\Delta W = q E_z L \Lambda \quad (4.78)$$

Der Transittimefaktor Λ beschreibt den Ausnutzungsgrad der zur Verfügung stehenden Hochfrequenz. Man wird daher versuchen, bei einer anderen Wahl der Betriebsfrequenz Λ konstant zu lassen. Das bedeutet aber, daß die Länge L einer Sektion sich umgekehrt proportional zur Frequenz verhalten muß (vgl. (3.10)).

$$L \propto \frac{1}{\omega} \quad (4.79)$$

Bei einer Verdoppelung der Frequenz nimmt somit der Energiegewinn pro Sektion auf die Hälfte ab, man benötigt also jetzt $2N$ Sektionen, um die geforderte Energie W zu erreichen.

Im zeitlichen Mittel ist die in einer Sektion gespeicherte Feldenergie:

$$U = \epsilon_0 \iiint_V |E|^2 dV \quad (4.80)$$

Die transversalen Abmessungen einer Sektion skalieren ebenfalls mit $1/\omega$. Da die Feldstärke nach Voraussetzung konstant bleiben soll, folgt für U :

$$U \propto \frac{1}{\omega^3} \quad (4.81)$$

Die in einer Sektion dissipierte Leistung P ist gerade:

$$P = \frac{1}{\sigma \delta} \iint_A |H|^2 dA \quad (4.82)$$

wobei σ die spezifische Leitfähigkeit und δ die Skintiefe ist. Diese ist bekanntlich proportional zu $1/\sqrt{\omega}$. Damit folgt für die Verlustleistung:

$$P \propto \frac{\sqrt{\omega}}{\omega^2} = \omega^{-\frac{3}{2}} \quad (4.83)$$

denn bei konstantem E_z muß das Magnetfeld ebenfalls konstant bleiben.

Wir können diese Ergebnisse nun in die Definitionsgleichungen von Shuntimpedanz und Güte einsetzen und finden:

$$R \propto \sqrt{\omega}, \quad Q \propto \frac{1}{\sqrt{\omega}}, \quad \frac{R}{Q} \propto \omega \quad (4.84)$$

Setzen wir jetzt in die obigen Gleichungen für das longitudinale und das transversale Wakepotential ein, so erhält man:

$$W_z \propto \omega^2, \quad W_\perp \propto \omega^3 \quad (4.85)$$

Die longitudinalen Wakefelder skalieren unter den oben getroffenen Annahmen mit dem Quadrat der Frequenz, während die transversalen Wakes - wegen der linearen Abhängigkeit des transversalen Kicks von der Achsenablage - sogar mit der dritten Potenz anwachsen.

5. Einzelbunch Strahlinstabilitäten (SBBU)

Die von den Kopfteilchen eines Teilchenpaketes angeregten Wakefelder wirken ablenkend auf die nachfolgenden Teilchen im Bunch. Dieser Effekt ist umso stärker, je weiter hinten im Ladungspaket sich ein Teilchen befindet. Darüberhinaus spielen die Bunchladung, die Betriebsfrequenz und schließlich die Blendenapertur eine entscheidende Rolle. Das sogenannte Zwei-Teilchen-Modell vermittelt einen Eindruck in den der Strahlinstabilität zugrunde liegenden Mechanismus. Es wird untersucht, inwiefern die Hochfrequenzfelder in den Beschleunigerstrukturen zur notwendigen Fokussierung herangezogen werden können. Rundblenden- und Rechteckblendenstrukturen (MWQ) werden diskutiert. Theoretische und numerische Vorhersagen über die Fokussierstärke werden mit experimentellen Ergebnissen verglichen.

5.1. Das Zwei-Teilchen-Modell

5.1.1. Die Bewegungsgleichungen

Zur Diskussion von Strahlinstabilitäten innerhalb eines einzelnen Teilchenpakets kann man das einfache Zwei-Teilchen Modell heranziehen. Man denkt sich dazu den Bunch als aus zwei Punktladungen bestehend. Die erste markiert den Anfang, die zweite das Ende des Teilchenpakets. Einen Bunch mit gaußförmiger Ladungsverteilung stellt man damit wie folgt dar: Die Gesamtladung Q wird durch zwei Einzelladungen $q_1 = q_2 = Q/2$ im Abstand $s = 2\sigma$ simuliert.

Wir verwenden kartesische Koordinaten und wollen ein Teilchen der Ladung q betrachten, das sich zu einer bestimmten Zeit t am Ort $\vec{r} = (x, 0, z)$ befindet. Seine Geschwindigkeit betrage $v_T \approx c$. Es existiere weiterhin ein um die z -Achse geschlossenes Magnetfeld. Das Teilchen sieht ein Magnetfeld in negativer y -Richtung, für das gelten soll:

$$\tilde{B}_{0y} = \frac{d}{dx} B_{0y} \quad (5.1)$$

Wir nehmen weiterhin an, daß $\tilde{B}_{0y} = \text{const.}$ gilt. Als nächstes müssen die Bewegungsgleichungen aufgestellt werden. Es gilt:

$$\dot{p}_x = m_0 \frac{d}{dt}(\gamma \dot{x}) \approx -q c \tilde{B}_{0y} x \quad (5.2)$$

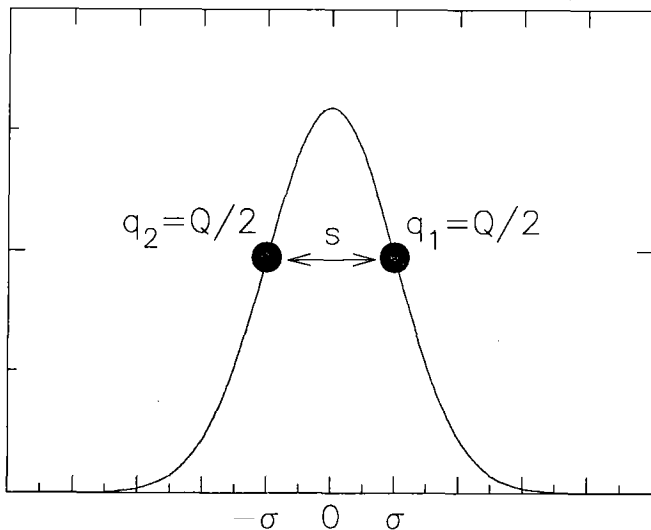


Abb. 5.1) Simulation einer gaußförmigen Ladungsverteilung durch zwei Einzelteilchen mit jeweils der halben Bunchladung im Abstand $s = 2\sigma$.

Ohne Beschleunigung ist $\dot{\gamma} = 0$. Berücksichtigt man eine Beschleunigung, so findet man:

$$\gamma \approx \gamma_a + \frac{q E_z}{m_0 c^2} z \quad (5.3)$$

wobei γ_a der relativistische Faktor beim Eintritt in die Struktur ist. Die Zeitableitung kann, da $ct = z$ gilt, in eine Ortsableitung überführt werden. Man hat also zur Beschreibung der transversalen Teilchenbewegung die folgende Gleichung zu lösen:

$$\frac{d^2}{dz^2} x + \frac{1}{\gamma} \frac{d}{dz} \gamma \frac{d}{dz} x + k_\beta^2 x = 0, \text{ mit}$$

$$k_\beta^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda_\beta} \right)^2 = \frac{q c \tilde{B}_{0y}}{m_0 \gamma c^2} \quad (5.4)$$

Diese Gleichung beschreibt die transversale Teilchenbewegung in einem konstant fokussierenden Transportkanal (constant focusing).

Wir wissen aus den vorhergehenden Kapiteln, daß ein einzelnes, achsenparalleles Teilchen beim Durchqueren eines Resonators zwar Energie an transversal deflektierende Moden abgibt, jedoch selbst von diesen nicht beeinflusst wird. Den Energieverlust an longitudinale Moden wollen wir an dieser Stelle vernachlässigen. Das erste Teilchen in unserem Modell wird somit durch die homogene DGL (5.4) beschrieben. Das zweite Teilchen wird jedoch von den vom ersten hinterlassenen Wakefeldern beeinflusst, und zwar um so stärker, je größer dessen transversaler Versatz war. Die Ablage des zweiten spielt in achsennahen Bereichen keine Rolle für die Stärke der Ablenkung. Erst für ein drittes Teilchen wäre dies wieder von Bedeutung. Ultrarelativistische Teilchen werden auf Ihrem Weg durch eine Kavität nur sehr schwach von ihrer Bahn abgelenkt, wir können deshalb mit einer mittleren Kraft rechnen. Es gilt also (vgl. Kap. 4.4):

$$\vec{F}_{\perp} = \frac{q_1 q_2}{L} \vec{W}_{\perp}(s) \quad (5.5)$$

Dabei soll die Ablage des ersten und des zweiten Teilchens identisch sein. Wir fordern weiter ein lineares Verhalten des Wakepotentials für kleine Abstände s und erhalten so:

$$\begin{aligned} \frac{\vec{W}_{\perp}(s)}{L} &= W_x(s) x' = s x' \tilde{W}_x \\ &= s x' \frac{d}{ds} \sum_v \frac{\omega_v}{2} \left(\frac{r_{\perp v}}{Q_v} \right) k_v \sin\left(\frac{\omega_v}{c} s\right) \quad \text{in} \left[\frac{V}{Cm} \right] \end{aligned} \quad (5.6)$$

x' ist die Koordinate des ersten Teilchens. Dabei ist $\tilde{W}_x = d/ds(W_x(s))$ und $\dim(\tilde{W}_x) = [V/Cm^3]$. Wir erhalten zwei gekoppelte Differentialgleichungen für die Teilchenbewegung.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x'}{dz^2} + k_{\beta}^2 x' &= 0 \\ \frac{d^2 x}{dz^2} + k_{\beta}^2 x &= \frac{q_1 q_2 \tilde{W}_x s}{m_0 \gamma c^2} x' \end{aligned} \quad (5.7)$$

Die Wellenzahl $k_{\beta} = k'_{\beta} + \Delta k_{\beta}$, mit $\Delta k_{\beta} \ll k'_{\beta}$. Zusätzlich zur gleichen Anfangsablage \hat{x} sollen auch die Transversalgeschwindigkeiten beider Ladungen bei Eintritt in die Struktur null sein. Mit einem harmonischen Lösungsansatz ergeben sich die folgenden zwei Lösungen:

$$x'(z) = \hat{x} \cos(k'z)$$

$$x(z) = \hat{x} \left\{ 1 - \frac{q_1 q_2 \tilde{W}_x s}{(k^2 - k'^2_\beta) m_0 \gamma c^2} \cos(kz) + \frac{q_1 q_2 \tilde{W}_x s}{(k^2 - k'^2_\beta) m_0 \gamma c^2} \cos(k'z) \right\} \quad (5.8)$$

Um die Wirkung des Wakefeldes auf die Bewegung des zweiten Teilchens beurteilen zu können, interessieren wir uns für seine relative Lage in Bezug auf das Kopfteilchen. Man erhält:

$$\frac{x - x'}{\hat{x}} = \left(\frac{q_1 q_2 \tilde{W}_x s}{2 m_0 \gamma c^2 k'_\beta} - 2 \Delta k_\beta \right) \frac{\sin\left(\frac{\Delta k_\beta}{2} z\right)}{\Delta k_\beta} \sin\left(\left(k'_\beta + \frac{\Delta k_\beta}{2}\right) z\right) \quad (5.9)$$

Ist $|\Delta k_\beta| > 0$, so erhalten wir eine amplitudenmodulierte Schwingung mit einer von der speziellen Wahl von Δk_β abhängigen Schwebungsamplitude. Im Spezialfall $\Delta k_\beta \rightarrow 0$ strebt der Sinus-Term in (5.9) gegen $z/2$. Wir erhalten eine Schwingung mit linear mit z ansteigender Amplitude.

Wird der Amplitudenfaktor in (5.9) gerade

$$\frac{q_1 q_2 \tilde{W}_x s}{2 m_0 \gamma c^2} = 2 k' \Delta k \quad (5.10)$$

erreichen wir ein Minimum der Amplitude von $(x - x')/\hat{x}$. Mit (5.10) erhält man so eine Bedingung für minimalen Bunch-Blowup.

5.1.2. Zusammenhang zwischen Δk und ΔE

Aus Gleichung (5.4) wissen wir, daß die Betatron -Wellenzahl k_β in einem fokussierenden Kanal von der Teilchenenergie abhängt. Im Falle des "smooth focusing" läßt sich der gesuchte Zusammenhang durch Ableiten von (5.4) und Umstellen sofort angeben.

$$\frac{\Delta k_\beta}{k_\beta} = -\frac{1}{2} \frac{\Delta E}{E} \quad (5.11)$$

In einem FODO-Kanal (Quadrupolkanal) ist die Fokussierung jedoch stärker, es ist daher ein etwas anderer Zusammenhang zwischen Wellenzahl und Teilchenenergie zu erwarten.

In der Näherung dünner Linsen wird der Kosinus des Phasenvorschubs μ , mit $\mu = k_\beta L$, in einem FODO-Kanal wie folgt ausgedrückt [29]:

$$\cos \mu = 1 - \frac{L^2}{8f^2} \quad (5.12)$$

Dabei ist L die Länge einer Strukturperiode und f die Brennweite eines Quadrupols. Die Brennweite wiederum ist als

$$f = \frac{E}{qcGl} \quad (5.13)$$

definiert. E ist die Teilchenenergie und G der (magnetische) Fokussiergradient des Quadrupols. Seine Länge l soll klein gegen die Länge einer Driftstrecke sein, also gilt $L \approx 2d$. Führt man den Füllgrad η , das Verhältnis von doppelter Quadrupollänge geteilt durch eine Strukturperiode, ein und ersetzt die Periodenlänge durch $L = \mu/k_\beta$ und löst nach k_β^2 auf, so findet man:

$$k_\beta^2 = \frac{\mu^2 qcG\eta}{8E \sin \frac{\mu}{2}} \quad (5.14)$$

Wir interessieren uns nun für den Zusammenhang zwischen der Betatron-Wellenzahl k_β und der Teilchenenergie in einem gegebenen FODO-Kanal. Dazu differenzieren wir (5.14) nach E .

$$\frac{dk_\beta}{dE} = -\frac{\mu^2}{2 \sin \frac{\mu}{2}} \frac{1}{k_\beta E} \frac{qcG\eta}{8E} \quad (5.15)$$

Vergleicht man das Ergebnis mit dem oben beschriebenen äquivalenten konstant fokussierenden Kanal (constant focusing), so findet man folgenden Zusammenhang:

$$\frac{dk_\beta}{dE} = \xi \frac{k_\beta}{E}, \quad \text{mit } \xi = -\frac{\mu^2}{2 \sin \frac{\mu}{2}} \quad (5.16)$$

Die Größe ξ nennt man die Chromatizität des Kanals. Während also in einem konstant fokussierenden Kanal $\xi = -0.5$ gilt, ist ξ in einem FODO-Kanal vom Phasenvorschub abhängig. Für einen 60° FODO findet man z.B. $\xi = -1.1$.

5.1.3. Optimale Energieverschmierung (energy spread)

Um das Aufschwingen des Bunchendes möglichst klein zu halten, muß Δk_β so gewählt werden, daß die Schwebungsamplitude gegen null geht. Dies ist genau dann der Fall, wenn die Klammer in (5.10) verschwindet, also muß gelten:

$$\frac{\Delta k_\beta}{k_\beta} = \xi \frac{\Delta E}{E} = \frac{q_1 q_2 \tilde{W}_x s}{4 E k_\beta^2} \quad (5.17)$$

Man erkennt, daß die Betatron-Wellenzahl des Folgeteilchens kleiner als die des ersten sein muß, will man den Einfluß des Wakefeldes kompensieren. Die Energie der zweiten Ladung muß also geringer als die der ersten sein.

$$E_{q_1} < E_{q_2} \quad (5.18)$$

Dieses Ergebnis gilt ganz allgemein. Zur Bedämpfung von SBBU muß die Teilchenenergie vom Kopf eines Bunches bis zu seinem Ende hin abnehmen. Da die Teilchen als ultrarelativistisch angenommen werden dürfen, ist ein Auseinanderlaufen des Teilchenpakets nicht zu befürchten. Erweitert man das Zweiteilchenmodell auf N Teilchen, so findet man im Falle verschwindender Energieverschmierung ein Anklingen der Schwingung mit s^{N-1} .

5.1.4. Matrix-Darstellung eines Linearbeschleunigers

Anders als beim analytischen Modell wird in der Matrixform ein Linearbeschleuniger als eine lange Kette hintereinandergeschalteter Beschleunigersektionen, ergänzt durch die zur Strahloptik gehörenden Quadrupole beschrieben. Jede Beschleunigersektion wird dabei als Einzelresonator angesehen, die Wirkung des beschleunigenden Feldes sowie der transversalen Wakefelder auf den Strahl innerhalb einer solchen Sektion kann dann durch eine dünne Linse angenähert werden (Abb. 5.2)). Die Auswirkung longitudinaler Wakes soll in diesem Zusammenhang nicht berücksichtigt werden, wir nehmen an, ihre Wirkung sei durch geeignete Wahl der Bunchlänge hinreichend klein.

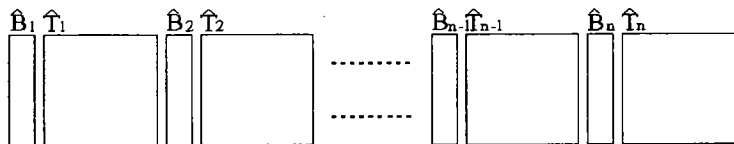


Abb. 5.2) Matrix-Darstellung eines Linearbeschleunigers. Die Beschleunigersektionen werden als dünne Linsen beschrieben (Matrizen \hat{B}). Zwischen ihnen befinden sich Elemente zur Strahlführung. Ihr Verhalten ist durch die Matrizen \hat{T} gegeben.

Eine punktförmige Ladung regt bei achsenparalleler Durchquerung eines Resonators Wakefelder an, die wie folgt beschrieben werden können (vgl. auch Kap. 4.5):

Im Abstand $s > 0$ hinter der erregenden Ladung q_1 findet man das longitudinale Wakepotential $W_z(r, r', s)$ mit:

$$W_z(r, r', s) = \sum_{v=1}^{\infty} \frac{\omega_v}{2} \left(\frac{R_{\perp v}}{Q_v} \right) (k_v r') (k_v r) \cos\left(\frac{\omega_v}{c} s\right) \quad (5.19)$$

Sie sollen im folgenden unberücksichtigt bleiben. Für das transversale Wakepotential $\vec{W}_{\perp}(r, r', s)$ gilt:

$$\vec{W}_{\perp}(r, r', s) = \sum_{v=1}^{\infty} \frac{\omega_v}{2} \left(\frac{R_{\perp v}}{Q_v} \right) (k_v r') \sin\left(\frac{\omega_v}{c} s\right) \quad (5.20)$$

Damit erfährt die im Abstand s folgende Ladung q_2 einen transversalen Impulsgewinn der Größe

$$\Delta \vec{P}_{\perp} = \frac{q_1 q_2}{c} \vec{W}_{\perp}(r', s) \quad (5.21)$$

Durch das beschleunigende Feld bekommt das Teilchen in jeder Beschleunigersektion einen zusätzlichen Longitudinalimpuls ΔP_{zn} mit

$$\Delta P_{zn} = \frac{E_z q_{1,2} L}{c} \quad (5.22)$$

wobei q_1 bzw. q_2 seine Ladung, E_z die beschleunigende Feldstärke und L die Länge einer Beschleunigersektion ist.

Beschränken wir uns auf die Betrachtung einer Raumrichtung, z.B. der x -Richtung, so können wir das Problem folgendermaßen formulieren (analoge Gleichungen lassen sich selbstverständlich auch für die y -Richtung aufstellen):

In der als dünne Linse angenommenen Beschleunigersektion erfährt die Flugrichtung des Teilchens eine Winkeländerung x'_{wake} , die gerade das Verhältnis von Transversalimpuls zu Longitudinalimpuls in dieser Zelle ist. Das gilt deswegen, weil wir annehmen dürfen, daß der transversale Impulsgewinn klein gegenüber dem Longitudinalimpuls ist, oder mit anderen Worten, die Transversalgeschwindigkeit ist gegenüber der Geschwindigkeit längs des Beschleunigers verschwindend gering.

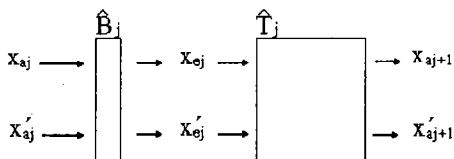


Abb. 5.3) Eine einzelne Sektion eines Elektronenbeschleunigers bestehend aus Beschleunigerzelle und Transportstrecke.

Die Matrix für die Beschleunigerzelle kann wie folgt angegeben werden:

$$\hat{B}_j = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{p_{j-1}}{p_j} \end{pmatrix} \quad (5.23)$$

wobei gilt:

$$p_j = p_1 + j \Delta p_z \quad (5.24)$$

Die Einwirkung des Wakefeldes ändert ausschließlich den Winkel x' , nicht jedoch die Achsenablage x ; diese Voraussetzung ist für ultrarelativistische Teilchen erfüllt. Damit lautet die Gleichung für eine Beschleunigerzelle:

$$\begin{pmatrix} x_{ej} \\ x'_{ej} \end{pmatrix} = \hat{B}_j \begin{pmatrix} x_{aj} \\ x'_{aj} \end{pmatrix} + \frac{\Delta p_{\perp j}}{p_j} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.25)$$

An dieser Stelle soll noch einmal hervorgehoben werden, daß der Betrag des vom zweiten Teilchen erfahrenen Transversalimpulses ausschließlich von der Ablage des ersten abhängt, nicht jedoch von seiner eigenen.

Die Transportstrecke wird durch die Matrix \hat{T}_j mit

$$\hat{T}_j = \begin{pmatrix} \cos \mu_j & \frac{\sin \mu_j}{\beta_j} \\ -\beta_j \sin \mu_j & \cos \mu_j \end{pmatrix} \quad (5.26)$$

beschrieben. Die Bewegungsgleichung lautet damit:

$$\begin{pmatrix} x_{aj+1} \\ x'_{aj+1} \end{pmatrix} = \hat{T}_j \begin{pmatrix} x_{ej} \\ x'_{ej} \end{pmatrix} \quad (5.27)$$

Wertet man nun die Rekursion aus, so erhält man den folgenden Ausdruck für Ort und Winkel des zweiten Teilchens nach Durchquerung von n Zellen eines Beschleunigers:

$$\hat{x}_{n+1} = \prod_{j=1}^n \hat{U}_j \hat{x}_1 + \sum_{j=1}^n \left(\prod_{k=j+1}^n \hat{U}_k \right) \hat{T}_j \hat{v}_j \quad (5.28)$$

Dabei ist :

$$\hat{U}_j = \hat{B}_j \hat{T}_j, \quad \hat{x}_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix}, \quad \hat{v}_j = \frac{\Delta p_{\perp j}}{p_j} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.29)$$

Man erkennt, daß es für die \hat{U}_j nicht gleichgültig ist, ob zuerst beschleunigt wird oder eine Transportstrecke kommt. Jedoch ist der Kommutatorrest der beiden Matrizen \hat{B}_j und \hat{T}_j für den Fall geringer Beschleunigung bzw. grossen Eingangsimpulses sehr klein. Ohne Beschleunigung wird \hat{B}_j mit der Einheitsmatrix identisch.

Für das erste Teilchen finden wir eine zu (5.10) analoge Gleichung, lediglich der zweite Summand verschwindet, da das Kopfteilchen sein eigenes transversales Wake ja nicht sieht (vgl Kap. 4.5.5).

5.1.5. Beam Blowup in einem Kanal ohne Beschleunigung

Wir betrachten nun zwei Teilchen in einem Kanal. Die Beschleunigung soll ausgeschaltet sein. Die Teilchen können eine unterschiedliche longitudinale Energie beim Eintritt in die Struktur aufweisen. Im Matrixmodell wird dies durch unterschiedliche Phasenverschiebe ausgedrückt. Diese Differenz kann man sich aber auch als von mikrowellenfokussierenden Strukturen erzeugt denken. Wir führen die Diskussion hier für den Phasenverschiebe. Dieser ändert sich proportional zur Energie. Aus den vorangegangenen Kapiteln wis-

sen wir, daß $\Delta k_\beta/k_\beta \propto \Delta E/E$, und da $\mu = k_\beta L$ in einem Kanal der Periodenlänge L , folgt damit: $\Delta\mu/\mu = \xi \Delta E/E$.

Wir wählen nun für beide Teilchen die gleichen Anfangsbedingungen. Sie sollen mit einer Ablage x achsenparallel und ohne Transversalimpuls in die Struktur eintreten.

$$\hat{x}_1^{(1)} = \hat{x}_1^{(2)} = \begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.30)$$

Um ein Bild der Teilchenbewegung im Linac zu erhalten, interessieren wir uns jetzt für die relative Lage des zweiten Teilchens zum ersten nach Durchquerung von n Zellen des Beschleunigers, bezogen auf die Anfangsablage x . Haben beide Teilchen den gleichen Phasenvorschub, so finden wir einfach:

$$\frac{x_{n+1}^{(2)} - x_{n+1}^{(1)}}{x} = \frac{\Delta P'_\perp}{P} \sin n\mu \sum_{j=1}^n \cos j\mu \quad (5.31)$$

wobei für den transversalen Impuls des zweiten Teilchens gilt: $\Delta P'_{\perp j} = \Delta P'_\perp x_j^{(1)}$.

Lassen wir unterschiedliche Phasenvorschübe μ zu, erhalten wir:

$$\frac{x_{n+1}^{(2)} - x_{n+1}^{(1)}}{x} = \cos n\mu^{(2)} - \cos n\mu^{(1)} + \frac{\Delta P'_\perp}{P} \sin n\mu^{(1)} \sum_{j=1}^n \cos j\mu^{(1)} \quad (5.32)$$

Der Longitudinalimpuls P bezieht sich dabei auf das zweite Teilchen.

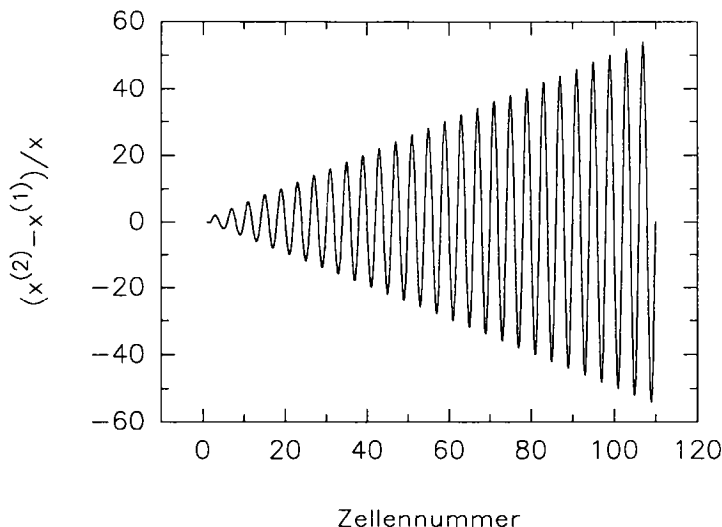


Abb. 5.4) Lage des zweiten Teilchens relativ zur Ablage des ersten, bezogen auf die Anfangsablage x , wobei $\Delta P'_{\perp}/P := 1$, $\mu_1 = \mu_2 = 60^\circ$.

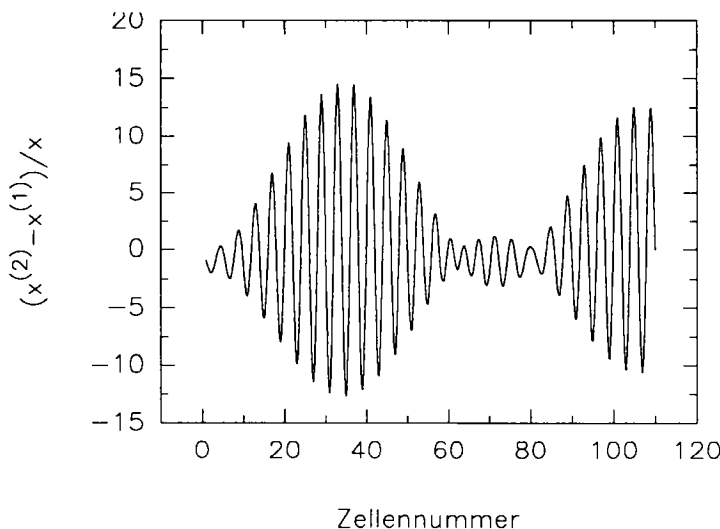


Abb. 5.5) Lage des zweiten Teilchens relativ zur Ablage des ersten, bezogen auf die Anfangsablage x , wobei $\mu_1 = 5^\circ$, $\mu_2 = 90^\circ$.

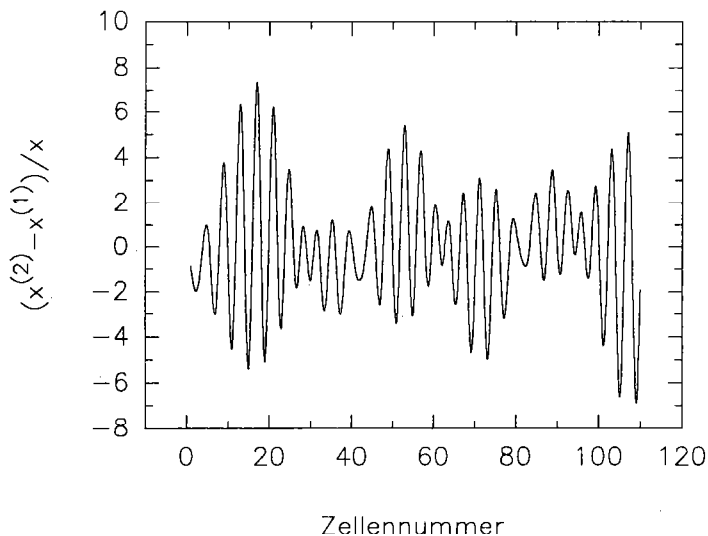


Abb. 5.6) Lage des zweiten Teilchens relativ zur Ablage des ersten, bezogen auf die Anfangsablage x , wobei $\mu_1 = 10^\circ, \mu_2 = 90^\circ$.

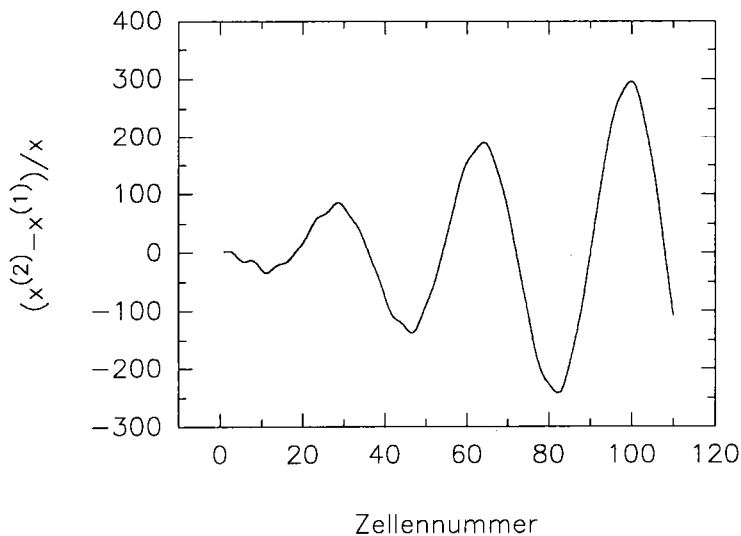


Abb. 5.7) Lage des zweiten Teilchens relativ zur Ablage des ersten, bezogen auf die Anfangsablage x , wobei $\mu_1 = 60^\circ, \mu_2 = 10^\circ$.

Man erkennt im Falle gleichen Phasenvorschubs (d.h. gleicher longitudinaler Energie) ein mit der Zellenzahl lineares Anwachsen der Schwingungsamplitude. Beide Schwingungen sind in Gegenphase, so daß die vom ersten Teilchen hinterlassene periodische Anregung die Schwingungsamplitude des zweiten andauernd vergrößert (Abb. 5.4)).

Wählt man den Phasenvorschub des zweiten Teilchens jedoch viel größer als den des ersten, so wird die Kohärenz der Schwingungen aufgehoben. Es entsteht eine Schwebung, die Amplitude des zweiten Teilchens ist nun begrenzt (Abb. 5.5)). Allerdings ist die mittlere Schwebungsamplitude noch zu groß. Für minimalen Beam-Blowup sollte sie möglichst klein sein. Im numerischen Beispiel von Abb. 5.6)) wurde μ_1 auf 10° vergrößert, man erkennt deutlich eine Abnahme der mittleren Amplitude.

Gibt man nun dem ersten Teilchen die kleinere Energie (Phasenvorschub), so stellt man wiederum ein starkes Anwachsen der Amplitude mit der Anzahl der durchquerten Zellen fest, diesmal allerdings mit einer größeren Schwingungsperiode (Abb. 5.7)).

5.2. BNS-Dämpfung

Wie man schon am Zwei-Teilchen-Modell sehen konnte, ist es notwendig, den Teilchen am Ende eines Bunches eine größere Betatronwellenzahl zu geben, um das Anfachen kohärenter Oszillationen im Bunch zu unterdrücken.

Unter bestimmten starken Vereinfachungen läßt sich das bisherige Modell auf einen Bunch mit Energieverschmierung erweitern und die Bewegungsgleichung analytisch lösen [3]. Wir setzen also voraus:

- keine Beschleunigung, $\gamma = \gamma_0$.
- rechteckförmige Ladungsverteilung im Bunch (vgl. Abb. 5.8)
- konstantes Wake. Innerhalb des Bunches soll gelten $W(s-s') = W_0$.

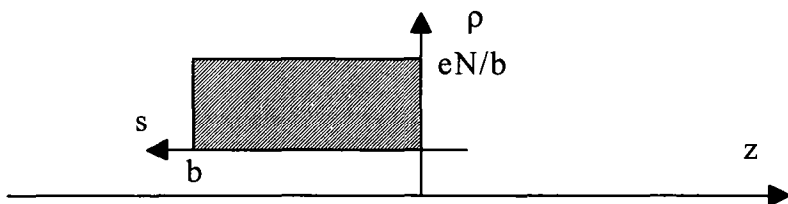


Abb. 5.8) Bunch mit rechteckiger Ladungsverteilung. Ein Bunch der Länge b und der Ladung q besitzt eine Ladungsdichte $\rho = eN/b$.

Wir stellen nun wieder die Bewegungsgleichung für eine Raumrichtung auf:

$$\frac{d^2 x(z, s)}{dz^2} + k_\beta^2(s) x(z, s) = \frac{W_0 e \rho}{E_t(s)} \int_0^b x(z, s') ds' \quad (5.33)$$

Hierbei ist $E_t(s)$ die Teilchenenergie in Abhängigkeit von der Bunchkoordinate. Weiterhin soll angenommen werden, daß die Energieverschmierung im Bunch linear ist, also:

$$E_t(s) = E_{0t} \left(1 - \frac{\Delta k_\beta}{k_{0\beta} b} s \right), \quad k_\beta(s) = k_{0\beta} \left(1 + \frac{\Delta k_\beta}{k_{0\beta} b} s \right) \quad (5.34)$$

mit $\Delta k_\beta / k_{0\beta} \ll 1$. Die Chromatizität des Kanals ist als $\xi = -1$ angenommen, was in etwa einem 60°-FODO entspricht.

Um zu einer Abschätzung der Stärke des Beam-Blowup zu gelangen, ist es nicht nötig, das Verhalten von $x(z, s)$ für alle z entlang des Beschleunigers zu kennen, vielmehr ist das Verhalten für die Bunchkoordinate s von Bedeutung. Die Idee zur Lösung des Problems besteht darin, mit Hilfe einer Laplace-Transformation bezüglich z die DGL in eine algebraische Gleichung hinsichtlich p und s zu verwandeln. Mit der Abkürzung $\Gamma = \Omega_0 e \rho$ läßt sich (5.33) umschreiben:

$$(p^2 + k_\beta^2(s)) E_t(s) \tilde{x}(p, s) - p E_t(s) \hat{x} = \Gamma \int_0^b \tilde{x}(p, s') ds' \quad (5.35)$$

Als Anfangsbedingung ist dabei angenommen, daß $x(z=0, s) = \hat{x}$ und $dx(z=0, s)/dt = 0$. Diese Gleichung kann nun durch Differentiation bezüglich s in eine lineare DGL erster Ordnung bezüglich p und s überführt werden.

$$\frac{d\tilde{X}(p, s)}{ds} + \tilde{X}(p, s) \left(-\frac{\Gamma}{E_t(s) (p^2 + k_\beta^2(s))} \right) = p \hat{x} \frac{dE_t(s)}{ds} \quad (5.36)$$

mit $\tilde{X}(p, s) = (p^2 + k_\beta^2(s)) E_t(s) \tilde{x}(p, s)$. Die Lösung dieser Gleichung kann man [25] sofort angeben. Identifiziert man die Klammer in (5.6) mit A und die rechte Seite mit B, so folgt:

$$\tilde{X}(p, s) = e^{-\int^{A ds}} \left(\int B e^{\int^{A ds}} ds + K \right) \quad (5.37)$$

Gemäß Voraussetzung ist die Variationsbreite der Betatronwellenzahl klein. Daraus folgt, daß $E_t(s)$ ungefähr $E_{0t}k_{0\beta}/k_{\beta}(s)$ ist. Außerdem gilt in guter Näherung $(p^2+k_{\beta}^2(s))/(p^2+k_{0\beta}^2) = 1$. Man findet schließlich:

$$\tilde{X}(p, s) \approx \left(\frac{p^2 + k_{\beta}^2(s)}{p^2 + k_{0\beta}^2} \right)^v \left[-p \hat{x} \frac{k_{\beta}(s) - k_{0\beta}}{k_{0\beta}} E_{0t} + K \right]$$

mit $v = -\frac{\Gamma b}{2E_{0t} k_{0\beta} \Delta k_{\beta}}$ (5.38)

Ein Anwachsen der Ablage mit der Bunchkoordinate kann dann vermieden werden, wenn der Exponent v in (5.38) im Bereich $0 \leq v \leq 1$ liegt. Zur Unterdrückung der Instabilität in einem einzelnen Bunch muß also die Bedingung

$$\frac{\Delta k_{\beta}}{k_{0\beta}} \geq \frac{W_0 e \rho}{2E_{0t} k_{0\beta}^2} \quad (5.39)$$

eingehalten werden.

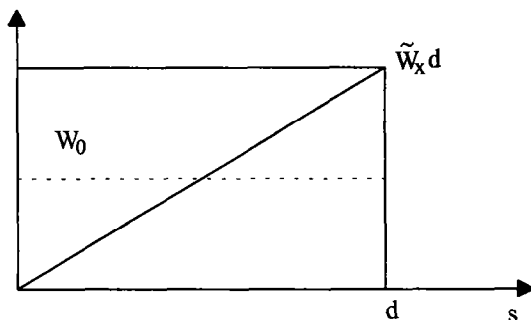


Abb. 5.9) Vergleich zwischen Zweiteilchenmodell und BNS-Dämpfung. Während das BNS-Modell von einem mittleren konstanten Wakepotential bei linearem energy spread ausgeht, liegt dem Zweiteilchenmodell ein linear angenommenes Wakepotential zugrunde.

Vergleicht man dieses Ergebnis mit dem Zweiteilchenmodell, so stellt man fest, daß man dasselbe Ergebnis erhält, wenn man dort anstelle des ortsabhängigen Wakepotentials ein über die Bunchlänge genommenes mittleres Wakepotential einführt.

$$W_0 = \frac{\tilde{W}_x d}{2} \quad (5.40)$$

Für starke BNS-Dämpfung ($v = 0.5$) findet man näherungsweise [30]:

$$x(z, s) \approx \hat{x} J_0\left(\frac{k_\beta k_{0\beta}}{2} s\right) \cos(k_\beta s) \quad (5.41)$$

Das bedeutet, das Kopfteilchen schwingt ungedämpft, die folgenden führen eine gedämpfte Betatronschwingung aus.

5.3. Möglichkeiten der Fokussierung mit Hilfe der Hochfrequenz

Wie wir gesehen haben, spielen Raumladungseffekte bei ultrarelativistischen Teilchen keine Rolle, jedoch sind die von den Teilchen selbst erzeugten Wakefelder unter Umständen so stark, daß sie eine drastische Verschlechterung der Strahlqualität oder sogar den völligen Verlust des Strahls zur Folge haben. Es ist daher unumgänglich, Maßnahmen zur permanenten Fokussierung der Teilchen zu treffen. Dies kann durch von außen aufgeprägte - fast immer magnetische - Führungsfelder (z.B. Quadrupol-Linsensysteme, Einzel-linsen) geschehen oder mit Hilfe der Hochfrequenzfelder selbst. Das hätte den großen Vorteil, daß man unter Umständen völlig auf äußere Maßnahmen verzichten oder zumindest ihren Anteil verringern könnte. Eine große Kostenersparnis wäre so möglich. Im folgenden soll untersucht werden, welche Möglichkeiten der Fokussierung es durch die Hochfrequenzfelder gibt.

5.3.1. Kräfte auf Teilchen in Rundblenden

Zur Abschätzung der auf ein Teilchen beim Durchfliegen einer Rundblende (vgl. Abb 5.10) wirkenden Kräfte sollen zunächst die Felder bestimmt werden. Der Achsenabstand soll dabei mit r bezeichnet werden.

Wir nehmen dazu wieder in Achsennähe eine kosinusförmige Welle in z -Richtung an. Die Phasengeschwindigkeit soll $v_{ph} = c$ sein und damit $k = \omega/c$. Aus Gleichung (3.5) ist das zugehörige magnetische Feld bereits bekannt. Man kann das H_ϕ -Feld auch leicht aus einer anderen Überlegung gewinnen. In der Blende muß gelten:

$$\text{rot } \vec{H} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad \text{div } \vec{E} = 0 \quad (5.42)$$

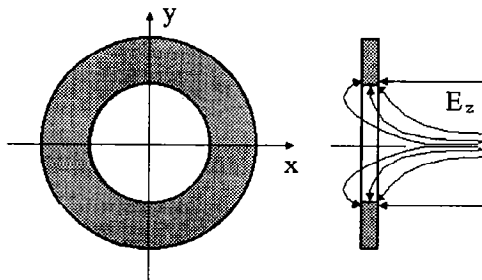


Abb. 5.10) Das elektrische Feld an einer Rundblende in einer Irisstruktur, die in $\pi/2$ -Mode betrieben wird.

Unter Verwendung von Zylinderkoordinaten erhält man sofort (3.5) aus der ersten Gleichung (5.42). Aus der zweiten Gleichung folgt für das radiale elektrische Feld E_r :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rE_r) = -\frac{\partial}{\partial z} E_z \Rightarrow E_r = -\frac{kr}{2} E_0 \sin(\omega t - kz) \quad (5.43)$$

Jedes Teilchen, das mit einer Ablage r durch die Blende fliegt, erfährt somit eine Kraft qE_r , proportional zum Abstand von der Achse. Zusätzlich spürt das Teilchen eine magnetische Kraft der Stärke $-q\mu c H_\phi$, wobei wir angenommen haben, daß das Teilchen sich ebenfalls mit nahezu Lichtgeschwindigkeit bewegt. Damit finden wir:

$$F_{el} = -F_{mag} = -q \frac{kr}{2} E_0 \sin(\omega t - kz) \quad (5.44)$$

Es zeigt sich also, daß sich die Kraftwirkungen des elektrischen und des magnetischen Feldes in einer Rundblende gerade kompensieren. Eine Rundblende besitzt folglich keinerlei fokussierende oder defokussierende Eigenschaften für gleiche Wellen- und Teilchengeschwindigkeiten nahe c .

Anders verhält es sich in Fällen, wo Teilchen- und Phasengeschwindigkeit nicht übereinstimmen. Für die Gesamtkraft auf ein Teilchen findet man dann:

$$F_{ges} = F_{mag} + F_{el} = q \frac{\omega r}{2c} E_0 \sin\left(\omega\left(t - \frac{z}{\beta c}\right)\right) \left(\frac{\beta_t \beta - 1}{\beta}\right) \quad (5.45)$$

wobei β_t die Geschwindigkeit des Teilchens und β die Phasengeschwindigkeit der Welle ist. Diese Gleichung gilt natürlich nur dann, wenn die Länge der

Struktur sehr klein oder Teilchen- und Phasengeschwindigkeit ungefähr identisch sind.

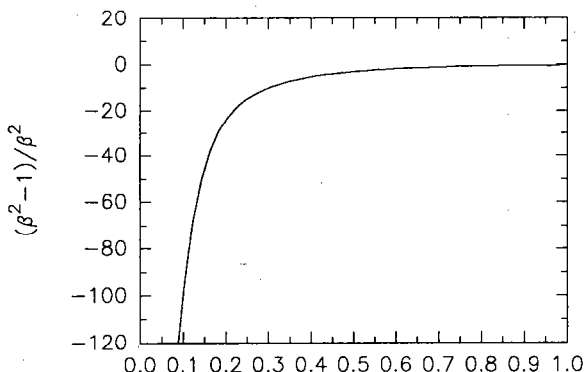


Abb. 5.11) Resultierende der elektrischen und magnetischen Kräfte auf ein Teilchen für verschiedene $\beta_t = \beta$. Man erkennt, daß für kleine β der Beitrag des E-Feldes stark überwiegt. Erst für Geschwindigkeiten nahe c heben sich die Wirkungen von elektrischer und magnetischer Kraft auf.

Bei Strukturen endlicher Länge L muß die Flugzeit des Teilchens durch die Struktur berücksichtigt werden. Man findet für den transversalen Impulsge-
winn bei der Durchquerung der Beschleunigersektion:

$$\Delta P_{\perp} = qE_0 r \frac{\omega}{2c^2} \left(\frac{\beta_t \beta - 1}{\beta_t \beta} \right) \frac{\sin \left(\frac{\omega \delta}{2c} L \right)}{\frac{\omega \delta}{2c} L} L \sin(\Phi),$$

mit $\delta = \frac{\beta - \beta_t}{\beta \beta_t}$ (5.46)

unter der Bedingung, daß sich die Teilchengeschwindigkeit nicht mit z ändert. Das kann z.B. dadurch erreicht werden, daß die Eintrittsphase Φ des Teilchens zu 90° gewählt wird (keine Beschleunigung), oder die Teilchen bereits beim Eintritt in die Struktur ungefähr Lichtgeschwindigkeit besitzen.

In Elektronenbeschleunigern ist die Bedingung $v_t = c$ über fast die gesamte Länge der Struktur hinreichend gut erfüllt. Bei gleicher Phasen- und Teilchengeschwindigkeit kompensieren sich alle transversalen Kräfte. Aus Gleichung (3.9) sieht man, daß aber unter bestimmten Umständen auch in Strukturen mit Rundblenden ein transversaler Impulsge-
winn auftritt. Man

kann nämlich die Phasengeschwindigkeit der Welle in der Struktur von der Teilchengeschwindigkeit um z.B. $\Delta\beta$ verschieden machen. Wegen der endlichen Länge einer Beschleunigersektion verliert man nur einen Teil der nutzbaren Beschleunigungsspannung. Um eine Fokussierung zu erreichen, muß ΔP_{\perp} negativ sein, d.h. das Teilchen wird in Richtung der Strahlachse abgelenkt.

Wir betrachten nun den praktisch interessanten Fall $v_i = c$. Damit folgt $\beta_i = 1$ und $\beta = \beta_i + \Delta\beta$. Schließlich kann man schreiben:

$$\Delta P_{\perp} = q \frac{E_0 r}{c} \sin\left(\frac{\omega L}{2c} \tau\right) \sin(\Phi), \quad \text{mit } \tau = \frac{\Delta\beta}{1 + \Delta\beta} \quad (5.47)$$

Das Teilchen sieht ein resultierendes Magnetfeld der Stärke E_0/c . Bei einer Feldstärke von 50MV/m erhält man 0.167T magnetischer Feldstärke. Um $|\Delta P_{\perp}|$ möglichst groß werden zu lassen, muß z.B. die Eintrittsphase 90° und das Argument im ersten Sinus-Term $-\pi/2$ sein. Das negative Vorzeichen ist nötig, um eine Fokussierung zu erhalten. In Abhängigkeit von der Betriebsfrequenz und der Beschleunigerlänge muß damit $\Delta\beta$ wie folgt gewählt werden:

$$\Delta\beta = -\frac{c\pi}{\omega L + c\pi}, \quad \text{oder } \tau = -\frac{\pi c}{\omega L} \quad (5.48)$$

Die Phasengeschwindigkeit der Welle in der Struktur muß also kleiner als die Teilchengeschwindigkeit sein. Es ist natürlich genauso möglich, die Eintrittsphase negativ zu wählen und $\Delta\beta$ positiv zu machen. Entscheidend ist nur, daß ein Phasenschlupf zwischen Teilchen und Welle stattfindet (Phasen-fokussierung). In Irisstrukturen mit Vorwärtscharakteristik der Feldkopplung bedeutet eine Phasengeschwindigkeit größer c größere Irisöffnungen. Das wiederum verringert geringfügig die transversalen Wakepotentiale in der Struktur, was unter Umständen für die Strahlführung von Bedeutung sein kann.

Setzt man voraus, daß die Teilchenbahn sich im Resonator nicht merklich ändert, stellt eine solche Struktur in guter Näherung eine dünne Linse mit der Brennweite f dar.

$$f = -\frac{r P_z}{\Delta P_{\perp}} \quad (5.49)$$

Dabei ist r der Achsenabstand des Teilchens beim Eintritt in die Linse, und P_z ist sein longitudinaler Impuls mit

$$P_z \approx q \frac{U}{c} \quad (5.50)$$

wenn man die Ruhemasse der Ladung gegenüber ihrer kinetischen Energie vernachlässigen kann. U ist die durchfallene Spannung. Das führt schließlich auf:

$$f = \frac{U}{E_0 \sin\left(\frac{\omega L}{2c}\tau\right) \sin(\Phi)} \quad (5.51)$$

U bezeichnet die vom Teilchen bereits vor Eintritt in die Linse durchfallene Spannung. Nimmt man zum Beispiel eine X-Band-Struktur mit $f = 11.4\text{GHz}$, $L = 0.5\text{m}$, $E_0 = 50\text{MV/m}$ und $U = 3\text{GV}$ an, so erhält man $\Delta\beta = -0.026$ und $f = 60\text{m}$. Der transversale Impulsgewinn pro Einheitsladung beträgt 166.78Vs/m^2 .

Der longitudinale Impulszuwachs ΔP_z wird mit den oben getroffenen Annahmen über die Länge der Struktur

$$\Delta P_z = q \frac{E_0}{c} L \frac{\sin\left(\frac{\omega L}{2c}\tau\right)}{\frac{\omega L}{2c}\tau} \cos(\Phi) \quad (5.52)$$

sein. Er ist maximal, wenn die Geschwindigkeit von Teilchen und Welle übereinstimmt. Für unser Beispiel (ΔP_\perp ist maximal) finden wir hingegen:

$$\Delta P_z = 2q \frac{E_0}{\pi c} L \quad (5.53)$$

Man erkauft also die Fokussierung mit dem Verlust von etwa 1/3 der maximal möglichen Beschleunigungsfeldstärke bei 0° Eintrittsphase.

5.3.2. Kräfte auf Teilchen in Blenden gebrochener Symmetrie

Die Struktur mit Rundblenden verhält sich, wie wir gesehen haben, bezüglich fokussierender Eigenschaften neutral (wenn wir annehmen, daß $v_t = v_{ph} = c$). Will man eine Unterdrückung des SBBU (vgl. Kap. 5) in einer solchen Struktur erreichen, bedarf es dazu externer Fokussierungsmaßnahmen. Um nun die Hochfrequenz direkt zu Zwecken der Fokussierung im Beschleuniger einsetzen zu können, muß die Geometrie der Blenden verändert werden. Dabei strebt man die Erzeugung von radialen Feldern dergestalt an, daß die Teilchen Kräfte mit Quadrupolsymmetrie erfahren. Man erreicht dabei eine deutlich stärkere Fokussierung und kann dazu ebenfalls hoffen, nur einen geringen Teil der Beschleunigungsfeldstärke dafür aufgeben zu müssen. Überlegungen zu den sogenannten Mikrowellen-Quadrupolen (MWQ) stam-

men von R.B. Palmer [31] und W. Schnell [32]. Die Idee dabei ist, die Symmetrie der Blenden so zu brechen, daß z.B. in einer Raumrichtung das E-Feld verschwindet und in der anderen so verstärkt wird, daß die Kraft auf ein Teilchen senkrecht dazu von gleichem Betrag aber verschiedenem Vorzeichen ist. Diese Überlegung führt auf die sog. Rechteckblendenstruktur. Indem man die Orientierung der Schlitze aufeinanderfolgender MWQ's um 90° dreht, gelangt man zu einer FODO-Struktur. Auf diese Weise ist es grundsätzlich möglich, einen Großteil teurer externer Fokussierungsmaßnahmen einzusparen oder die so gewonnene zusätzliche Fokussierstärke direkt zur Bekämpfung des SBBU einzusetzen (BNS-Dämpfung).

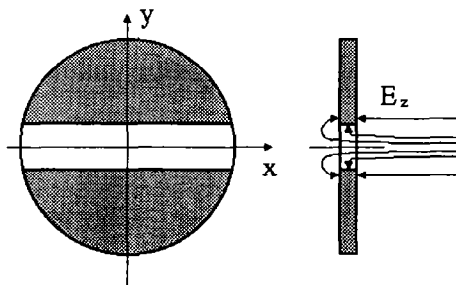


Abb. 5.12) Das elektrische Feld an einer Rechteckblende in einer Irisstruktur, die in $\pi/2$ -Mode betrieben wird.

Wie im Falle der Rundblende nehmen wir in Achsennähe wieder eine kosinusförmige Welle mit $v_{ph} = c$ an. Ebenfalls soll die Teilchengeschwindigkeit gleich c sein. Wir denken uns die Blende als sehr schmalen Schlitz entlang der x -Achse. Damit wird erreicht, daß der Durchgriff des Magnetfeldes durch den Schlitz vernachlässigbar klein bleibt, also an der Blende das ungestörte H_ϕ -Feld vorliegt. Auf Grund der Randbedingungen existiert keine x -Komponente des elektrischen Feldes in der Blende. Für das E_y -Feld muß damit gelten:

$$E_y = -y k E_0 \sin(\omega t - kz) \quad (5.54)$$

Damit ist die in x -Richtung auf ein Teilchen wirkende Kraft nur vom Magnetfeld abhängig, in y -Richtung wirkt die Summe von elektrischer und magnetischer Kraft. Man findet:

$$F_x = -F_y = \frac{q}{2} k \left\{ \begin{array}{c} x \\ y \end{array} \right\} E_0 \sin(\omega t - kz) \quad (5.55)$$

Da sich die Phasenlage eines Teilchens mit $v_t = c$ zur Hochfrequenz über die ganze Länge des Beschleunigers nicht ändert, kann man für die äquivalenten magnetischen Fokussiergradienten auch schreiben:

$$G_{mx} = -G_{my} = \frac{k}{2c} E_0 \sin \Phi \quad [T/m] \quad (5.56)$$

Bei einer Frequenz von 30GHz und einer Beschleunigungsfeldstärke von 80MV/m führt das auf einen maximalen Gradienten von $G_m = 84T/m$.

Indem man in einer Irisstruktur die Orientierung der Schlitze abwechselnd um 90° dreht, gelangt man, wie bereits erwähnt, zu einer FODO-Struktur. Eine Zelle einer solchen Struktur mit der Länge L bildet eine dünne Linse der Brennweite f mit:

$$f = \frac{U}{c G_m L} \quad (5.57)$$

U bedeutet wieder die durchfallene Spannung vor Eintritt in die Linse und G_m den Fokussiergradienten.

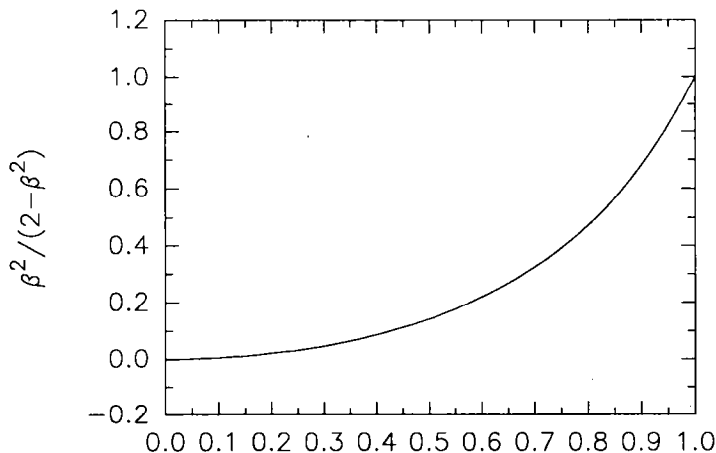
Im allgemeinen Fall beliebiger Phasengeschwindigkeiten erhält man für den maximalen transversalen Impulsgewinn eines Teilchens beim Durchqueren einer Struktur der Länge L :

$$\Delta P_x = \frac{q \omega}{2c^2} E_0 x \beta_t \frac{\sin\left(\frac{\omega \delta L}{2c}\right)}{\frac{\omega \delta L}{2c}} L \quad (5.58)$$

$$\Delta P_y = \frac{q \omega}{2c^2} E_0 y \left(\frac{\beta_t \beta - 2}{\beta \beta_t} \right) \frac{\sin\left(\frac{\omega \delta L}{2c}\right)}{\frac{\omega \delta L}{2c}} L \quad (5.59)$$

Betrachtet man nun den Betrag des Verhältnisses von $\Delta P_x / \Delta P_y$, so erhält man:

$$\left| \frac{\Delta P_x}{\Delta P_y} \right| = \frac{\beta_t^2}{2 - \beta \beta_t} \quad (5.60)$$



β

Abb. 5.13) $|\Delta P_x / \Delta P_y|$ für verschiedene β , $\beta_1 = \beta$. Man erkennt, daß die Quadrupolsymmetrie der Blendenfelder für Teilchen- bzw. Phasengeschwindigkeiten kleiner als c aufgehoben ist.

Man findet also im Falle einer von c verschiedenen Phasen- bzw. Teilchengeschwindigkeit eine Aufhebung der Quadrupolsymmetrie der Blendenfelder.

Da für $\beta_1 = \beta = 1$ die Phasenlage der Teilchen zur Hochfrequenz konstant ist, kann man nun durch geeignete Wahl dieser Phase das Verhältnis von Fokussierstärke zu Beschleunigung über den ganzen Beschleuniger einstellen. Besteht dieser nur aus MWQ's, so wird man die Phase möglichst klein wählen wollen, um nur wenig Beschleunigung zu verlieren. Akzeptabel sind Phasen kleiner etwa 30° . Tatsächlich ist es in Verbindung mit einer äußeren Fokussierung möglich, die MWQ's mit einer Phase um 0° zu betreiben und trotzdem eine Bedämpfung transversaler Wakefelder (s. o.) zu erreichen.

Es ist natürlich ebenfalls möglich, eine Aufhebung der Symmetrie zu erreichen, wenn man den Blendenschlitz durch eine Iris und den Zylinder durch ein rechteckiges Hohlrohr ersetzt. Hier vertauschen E- und H-Feld ihre Rollen. Man benutzt zur Beschleunigung die (Rechteck-) TM_{11} -Mode. Durch Ausformung des Rohrquerschnittes zu einem flachen Rechteck erreicht man in der Iris in Achsennähe ein Verschwinden einer Komponente des Magnetfeldes (z.B. $H_y(x)$), während das elektrische Feld ungestört bleibt.

5.4. Teilchendynamik in mikrowellenfokussierenden Strukturen

Wie wir in den vorangegangenen Kapiteln gesehen haben, lassen sich fokussierende Felder in geeignet ausgelegten Beschleunigerstrukturen direkt aus der eingespeisten Hochfrequenz erzeugen. Das führt zum einen auf Mikrowellen-Quadrupole und zum anderen auf die Rundblendenfokussierung.

In den nun folgenden Abschnitten sollen die beiden Konzepte im Hinblick auf ihre Anwendbarkeit in Strahlführungssystemen eines Linear Colliders, allein und in Verbindung mit externen Fokussiermaßnahmen, hin untersucht werden. Ferner wird auf ihre Brauchbarkeit zur BNS-Dämpfung eingegangen.

5.4.1. FODO Kanal mit Mikrowellen-Quadrupolen

Die Betrachtung soll im folgenden nur für eine Richtung (x-Ablage) durchgeführt werden. Für die y-Ablage gelten analoge Gleichungen. Die Aussagen der Gleichungen (5.61) - (5.65) und (5.67) gelten für statische wie auch für Mikrowellen-Quadrupole (MWQ).

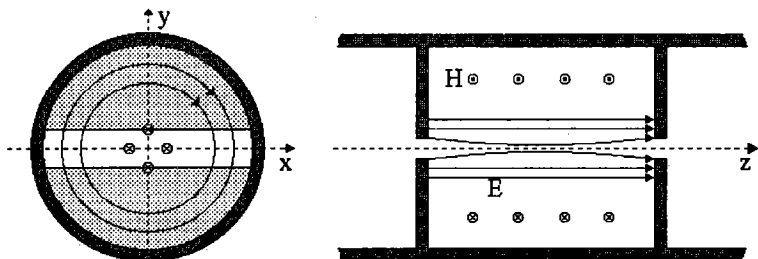


Abb. 5.14) Mikrowellen-Quadrupol in $\pi/2$ -Mode

Eine sogenannte FODO-Struktur, bestehend aus dünnen Linsen, kann wie folgt beschrieben werden:

Wir setzen eine Transportstrecke aus einem fokussierenden Element (F), einer Driftstrecke (O) der Länge d , einem defokussierenden Element (D) und wieder einer Driftstrecke zusammen. Wir erhalten so eine FODO-Struktur der Länge L (siehe Abb. 2). Dabei nehmen wir an, daß die Bewegungen der Teilchen in transversaler Richtung (x , y) entkoppelt seien. Dann können wir stellvertretend z. B. die x -Richtung betrachten. Die einzelnen Matrizen lauten:

$$\hat{F} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \quad \hat{O} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \hat{D} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \quad (5.61)$$

Zusammenfassen der Matrizen zur Transfermatrix \hat{T} liefert die folgende Gleichung für die Teilchenbewegung in x:

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{d}{f} & 2d + \frac{d^2}{f} \\ -\frac{d}{f^2} & 1 - \frac{d}{f}\left(1 + \frac{d}{f}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_0' \end{pmatrix} = \hat{T} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_0' \end{pmatrix} \quad (5.62)$$

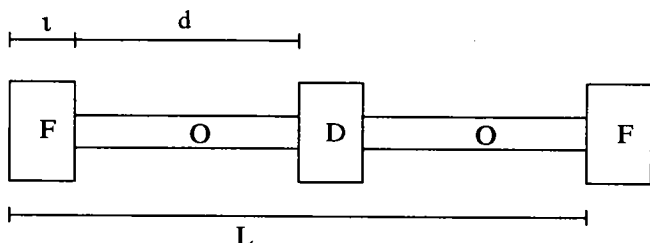


Abb. 5.15) Ausschnitt aus einem FODO-Kanal bestehend aus dünnen Linsen

Der Kosinus des Phasenvorschubs ist definiert als die Halbspur der Transfermatrix für eine Strukturperiode. Man findet:

$$\cos \mu = 1 - \frac{d^2}{2f^2} \quad (5.63)$$

Wegen der Annahme dünner Linsen folgt für die Länge einer Sektion $L = 2d$, wobei d gerade die Länge einer Driftstrecke ist. Auflösen nach L führt dann auf

$$L = 4f \sin\left(\frac{\mu}{2}\right) \quad (5.64)$$

Die transversale Wellenzahl k_β der Betatronschwingung des Teilchens im FODO-Kanal ist nach Definition:

$$k_\beta = \frac{\mu}{L} \quad (5.65)$$

Es ist sicher sinnvoll, nicht die ganze Länge eines Colliders mit Mikrowellen-Quadrupolen auszustatten. Man wird nicht zuletzt aus Kostengründen versuchen, mit einer relativ kleinen Anzahl dieser Strukturen auszukommen. Das Verhältnis der Anzahl HF-fokussierender Elemente zu Sektoren bestehend aus gewöhnlichen Irisstrukturen, wird mit Hilfe des Füllfaktors η beschrieben.

$$\eta = 2\iota/L \quad (5.66)$$

Hier ist L die Länge einer FODO-Zelle und ι die von den MWQ eingenommene Länge.

Unter gewissen idealisierenden Annahmen läßt sich der mit einem MWQ erreichbare äquivalente transversale Fokussiergradient wie folgt angeben [33]:

$$G_m = \frac{\omega}{2c^2} E \sin(\Phi) \quad (5.67)$$

Dabei ist E die Beschleunigungsfeldstärke, Φ die Phasenlage des Teilchens zur HF und ω ist gleich 2π mal die Frequenz des Feldes. Ein MWQ der Länge ι besitzt damit eine Brennweite f mit:

$$f = \frac{U}{cG_m \iota} \quad (5.68)$$

U ist hierbei die von den Teilchen vor dem Eintritt in den Quadrupol durchfallene Spannung. Wir lösen nun Gleichung (5.68) unter Verwendung von (5.67) nach dem Sinus des Phasenvorschubs auf und erhalten

$$\sin\left(\frac{\mu}{2}\right) = \frac{\pi L^2 \eta}{8 \lambda U} E \sin|\Phi| \quad (5.69)$$

Die Phase Φ der Hochfrequenz kann dabei auch < 0 sein, die Wellenzahl bleibt reell und positiv. Der Kanal verwandelt sich lediglich von FODO in DOFO.

Die Betatron-Wellenzahl erhalten wir durch Auflösen von (5.68) unter Verwendung von (5.64). Wir finden:

$$k_\beta^2 = \frac{\pi \mu^2 \eta E}{8 \sin\left(\frac{\mu}{2}\right) \lambda U} \sin|\Phi| \quad (5.70)$$

Da ein Bunch eine endliche Ausdehnung besitzt, kommen die Teilchen auf unterschiedlichen HF-Phasen zu liegen. Das bedeutet aber, daß Kopf- und

Schwanzteilchen unterschiedliche Phasenvorschübe haben, und zwar so, daß μ vom Kopf bis zum Ende hin zunimmt.

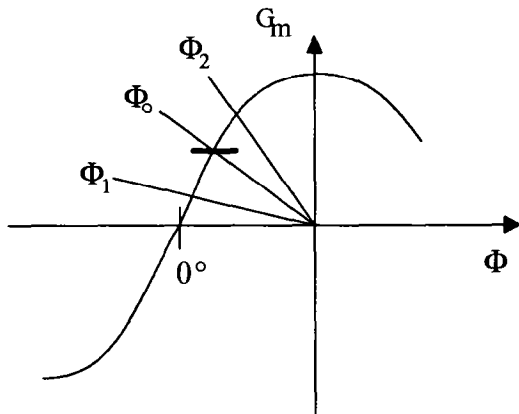


Abb. 5.16) Phasenlage eines Bunches zur Hochfrequenz. Zählrichtung der Phase ist vom Kopf in Richtung des Bunchendes. Maximale Fokussierung (90°-HF-Phase) korrespondiert mit verschwindender Beschleunigung.

Die Schwanzteilchen werden also stärker fokussiert als die Kopfteilchen (vgl. Abb. 5.16)). Gleichzeitig entsteht dabei eine Energieverschmierung im Bunch, da die Schwanzteilchen ein verringertes beschleunigendes Feld sehen. Diese Energieverschmierung kann anschließend korrigiert werden, indem man die Phasenlage eines Bunches in den Sektionen mit runder Apertur so einstellt, daß jetzt die Schwanzteilchen stärker beschleunigt werden.

Zur Untersuchung der Eigenschaften der HF-Fokussierung führen wir an dieser Stelle die Größe σ/λ ein, die es gestattet, die nachfolgende Diskussion unabhängig von der gewählten Betriebsfrequenz des Beschleunigers zu führen. Für einen gaußförmigen Bunch der rms-Länge σ definieren wir Kopf und Schwanz bei $\pm 2\sigma$. Die zugehörigen HF-Phasen $\Phi_{1,2}$ liegen dann bei $\Phi_0 \pm (4\pi\sigma/\lambda)$. Aus Gleichung (5.68) folgt damit:

$$\frac{\sin\left(\frac{\mu_{12}}{2}\right)}{\sin\left(\Phi_{1,2}\right)} = \frac{\sin\left(\frac{\mu_0}{2}\right)}{\sin\left(\Phi_0\right)} \quad (5.71)$$

Hierbei beschreibt der Index 1 den Phasenvorschub des Kopfteilchens und 2 den Phasenvorschub des Schwanzteilchens. Eine mögliche Wahl für den Phasenvorschub des Bunchschwerpunkts ist $\mu_0 = 60^\circ$, was im folgenden immer angenommen wird. Damit ergibt sich für die Phasenvorschübe μ_1, μ_2 in Abhängigkeit von der HF-Sollphase für verschiedene σ/λ folgendes Bild:

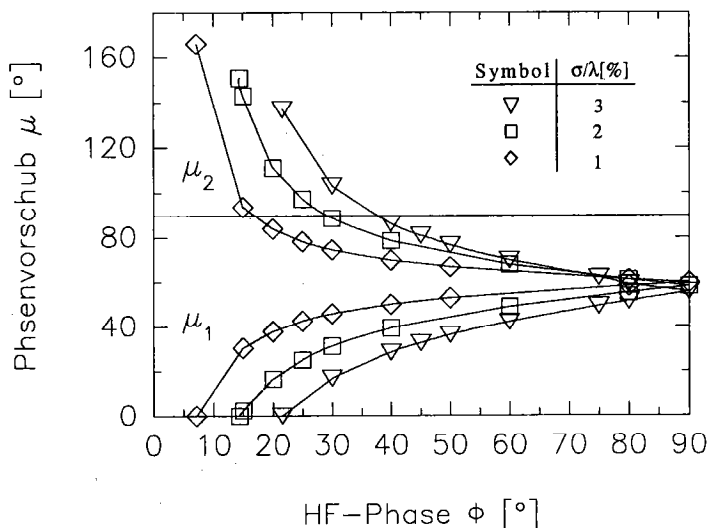


Abb. 5.17) Phasenvorschub in Abhängigkeit von Φ_0 für verschiedene σ/λ

Die oberen Kurven geben den Phasenvorschub des Schwanzteilchens, die unteren den des Kopfteilchens an. Unterhalb einer von der Bunchlänge abhängigen minimalen HF-Phase wird der Phasenvorschub negativ. Das wäre mit einer ebenfalls negativen Betatron-Wellenzahl verknüpft, was physikalisch nicht sinnvoll ist.

Wählt man für gegebene Bunchlänge und Frequenz die Nullphase der Hochfrequenz immer kleiner, so wird der Phasenvorschub für das Schwanzteilchen schließlich größer als 90° , der Grenze für stabilen Transport. Es ist also nur bis zu einem minimalen Φ_0 möglich, alle Teilchen zu transportieren. Will man Φ_0 und damit den Verlust an zur Verfügung stehender Beschleunigungsspannung nicht zu groß werden lassen, muß die Bunchlänge möglichst kurz gewählt werden.

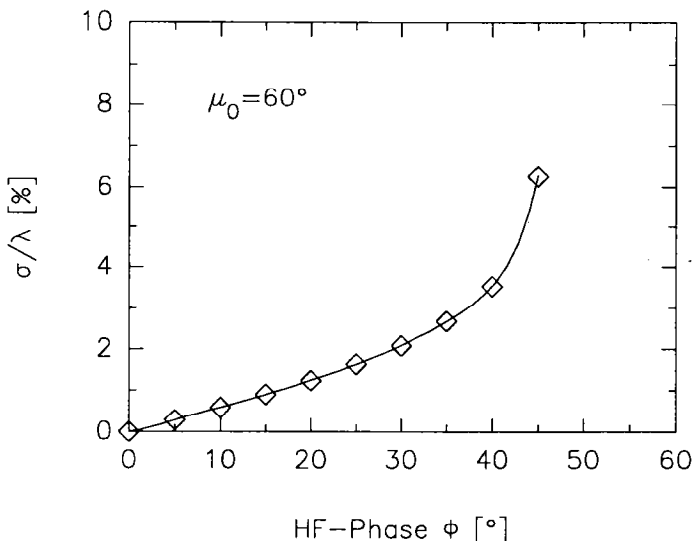


Abb. 5.18) Maximales σ/λ als Funktion von Φ_0

Ebenfalls ist es - wie wir noch sehen werden - zur Stabilisierung der Wakefelder vorteilhaft, Φ_0 möglichst klein einzustellen. In Abb. 5.18) ist das für einen stabilen Transport maximal zulässige σ/λ gegen die HF-Phase entsprechend der Schnitte von μ_2 mit der 90° -Linie (siehe Abb. 5.17)) aufgetragen. Der Abbruch der Kurve bei einer HF-Phase größer 45° kommt daher, daß bei einer weiteren Vergrößerung der Bunchlänge der Phasenvorschub μ_1 des Kopfteilchens bereits negativ wird, bevor μ_2 90° erreicht. Damit macht die Fortsetzung der Kurve über diesen Wert hinaus keinen Sinn.

In einem Collider, in dem ausschließlich MWQ's zum Strahltransport verwendet werden, ist das Funktionieren der HF-Fokussierung von σ/λ abhängig. Eine zu große Variation des Phasenvorschubs entlang des Bunches ist jedoch ungünstig, da damit gleichzeitig die longitudinale Energieunschärfe anwächst. Wie schon oben erwähnt, besteht eine Möglichkeit sie zu minimieren darin, die HF-Phase der (nicht fokussierenden) normalen Irisstrukturen so einzustellen, daß die durch die MWQ's hervorgerufene Energieunschärfe gerade wieder aufgehoben wird.

5.4.2. BNS-Dämpfung im Falle von MWQ-Fokussierung

Das sogenannte BNS-Kriterium [3] (vgl. auch Kap. 5.2) erlaubt eine analytische Abschätzung der Wirkung von Wakefeldern auf die Teilchenbewegung in einem Beschleuniger in Abhängigkeit von der Energieverschmierung in einem einzelnen Bunch. Im Falle zeitabhängiger Fokussierung können wir das Kriterium für die Abhängigkeit der Betatronwellenzahl von der Bunchkoordinate s umformulieren, indem wir die Teilchenenergie durch die durchfallene Spannung ersetzen und beide Seiten der Gleichung nach s ableiten.

$$2Uk_{\beta} \frac{dk_{\beta}}{ds} \geq q \frac{dW_{\perp}}{ds} \quad (5.72)$$

Dieses Stabilitätskriterium soll hier für den MWQ-Kanal hergeleitet werden.

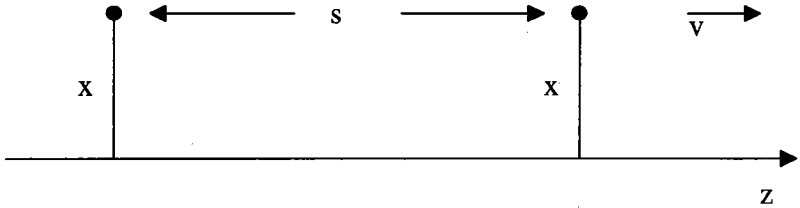


Abb. 5.19) Zwei-Teilchen-Modell eines Bunches. Die Anfangsablage des Kopfteilchens soll gleich der des Schwanzteilchens angenommen werden. Die Teilchengeschwindigkeit betrage c .

Die Wirkung des Wakefeldes des Kopfteilchens auf ein im Abstand s folgendes (vgl. Abb. 5.19)) kann für eine Raumrichtung ganz analog zu der Wirkung einer Linse formuliert werden. An der Stelle s hinter dem Kopf des Bunches wird ein nachfolgendes Teilchen durch das von allen stromabwärts befindlichen Teilchen herrührende Wakepotential $W_{\perp}(s)$ eine Winkeländerung $\Delta dx/dz = \Delta x'$ über eine Strecke Δz erfahren. Das Verhältnis dieser beiden Größen liefert die "Brennweite" des Wakefeldes. Wie bei der Linse ist dies gerade das Verhältnis zwischen transversal wirkender Kraft und Teilchenenergie. Man kann also schreiben:

$$\frac{\Delta x'}{\Delta z} = \frac{q x W_{\perp}(s)}{U} \rightarrow \frac{d^2 x}{dz^2} = \frac{q x W_{\perp}(s)}{U} \quad (5.73)$$

Dabei ist q die Bunchladung und x die Ablage des Kopfteilchens von der Strahlachse. In unserem Fall soll sie gerade (siehe oben) gleich der des

Schwanzteilchens sein. Infolge der Einwirkung des Wakefeldes werden die Teilchen am Bunchende eine andere Betatron-Wellenzahl gegenüber den Teilchen am Kopf und damit auch einen unterschiedlichen Phasenvorschub bekommen.

Wir interessieren uns nun für den Zusammenhang zwischen der durch das Wakefeld hervorgerufenen Winkeländerung und der Änderung der Phase der Betatron-Schwingung. Wir nehmen an, die Teilchen werden im Kanal stabil transportiert. Betrachten wir wieder die x- und y-Ebene getrennt voneinander, so finden wir für die Koordinate x in Abhängigkeit von z (Flugrichtung) folgenden Zusammenhang:

$$x(z) = A(z) \sin(kz) \quad (5.74)$$

Wir nehmen weiterhin an, daß die Amplitudenfunktion $A(z)$ sich nur schwach mit z ändert und legen $A_{\max} = x_{\max} = 1$ fest. Einsetzen von (5.74) in (5.73) und Auflösen nach $d\psi/dz$, wobei $\psi = kz$, führt auf:

$$\left(\frac{d}{dz}\psi\right)^2 = -\frac{q W_{\perp}(s)}{U} \quad (5.75)$$

Ableiten von (5.73) nach der Bunchkoordinate s und Umstellen der so gewonnenen Gleichung ergibt:

$$2Uk_{\beta} \frac{d}{ds} \left(\frac{d}{dz}\psi\right) = -q \frac{d}{ds} W_{\perp}(s) \quad (5.76)$$

Das Wakepotential ist eine von der Bunchladung und -Form sowie von der Geometrie der Beschleunigerstruktur abhängige Größe und muß für den jeweils interessierenden Fall gemessen oder numerisch berechnet werden [34].

Aus (5.68) kann durch Ableiten nach Φ (eigentlich nach s , da $d/d\Phi = (\lambda/2\pi)d/ds$) und Umstellen einen ähnlicher Ausdruck gewonnen werden. Es gilt:

$$Uk_{\beta} \frac{d}{ds} k_{\beta} = \frac{\pi^2 \mu \eta E_0}{2 \cos\left(\frac{\mu_0}{2}\right) \lambda^2} \cos|\Phi_0| \quad (5.77)$$

im Schwerpunkt des Bunches bei der Phase Φ_0 .

Der MWQ bewirkt mit seiner zeitabhängigen Fokussierung, daß die Schwanzteilchen eine kürzere Betatron-Wellenlänge und damit eine größere Phase im Vergleich zu den Kopfteilchen bekommen. Das Wakefeld hingegen

defokussiert die Teilchen, so daß die Schwanzteilchen in ihrer Phase hinter die führenden zurückfallen. Man erkennt, daß man die Wirkung des Wakes kompensieren kann, indem man diesen Phasenverlust wieder aufholt. Die Zunahme der Phase mit der Koordinate z ist gerade gleich der Wellenzahl k . Damit folgt:

$$\frac{d}{ds} \left(\frac{d}{dz} \psi_f \right) = \frac{d}{ds} k_\beta \quad (5.78)$$

Der Index f bezeichnet dabei die Fokussierung. Das Kriterium für Stabilität lautet also:

$$q \frac{d}{ds} (W_\perp(s)) \leq \frac{\pi^2 \mu_0 \eta E}{\cos\left(\frac{\mu_0}{2}\right) \lambda^2} \cos |\Phi_0| \quad (5.79)$$

Um einen möglichst großen Wert für die Ableitung der Betatron-Wellenzahl dk/ds zu erreichen, muß die Phase der Hochfrequenz so klein wie möglich gewählt werden. Interessanterweise erhält man die stärkste Bedämpfung der Wake-Effekte gerade für den Fall, daß die MWQ nicht zur eigentlichen Fokussierung des Strahls verwendet werden ($\Phi_0 = 0$). Zusätzlich bedeutet diese Wahl der Phase, daß kein Verlust an verfügbarer Beschleunigungsfeldstärke entsteht. Man muß also nach einer Betriebsart suchen, die diese Parameterwahl zuläßt. Ein kleiner Wert für die HF-Phase bedingt jedoch gleichzeitig sehr kurze Bunche. Der Spitzenwert der Ableitung des transversalen Wakepotentials dW_\perp/ds hängt von der Bunchlänge ab [35]. Es ist deshalb nicht günstig, extrem kurze Bunche zu verwenden, will man die linke Seite von (5.79) möglichst klein halten. Diese Überlegungen führen auf die Verwendung einer zusätzlichen äußeren Fokussierung.

5.4.3. MWQ in Verbindung mit externer Fokussierung

Da eine maximale BNS-Dämpfung bedeutet, daß durch die MWQ keine Fokussierung des Strahls mehr stattfindet, wird deutlich, daß in diesem Fall eine externe Fokussierung notwendig wird. Die Verwendung zusätzlicher äußerer Quadrupole erlaubt also, die MWQ's ausschließlich für die Bedämpfung von Wake-Effekten einzusetzen, während die externen Quadrupole für die Fokussierung des Strahls über die Länge des Colliders zuständig sind.

Wir betrachten nun den Fall einer Kombination aus MWQ's und einem äußeren Fokussierungssystem aus statischen Quadrupolen (Spulen oder Permanentmagnete). Wir nehmen wieder die Näherung dünner Linsen an und vereinbaren folgende Bezeichnungen: Es sei G_e der Gradient der äußeren Fokussierung und η_e in Analogie zu früher der Füllgrad. Damit finden wir für den Sinus des Phasenvorschubs für einen solchen Kanal durch Hinzuaddieren von $\eta_e c G_e$ zu (5.79):

$$\sin\left(\frac{\mu}{2}\right) = \frac{L^2}{8U} \left(\eta \frac{\pi}{\lambda} E \sin|\Phi| + \eta_e c G_e \right) \quad (5.80)$$

Die äußeren Quadrupole besitzen keine Zeitabhängigkeit in der Fokussierung. Das bedeutet, daß die Ableitung d/ds in (5.79) für die externen Quadrupole verschwindet. Damit tragen die äußeren Quadrupole nicht zur BNS-Dämpfung bei, sie beeinflussen jedoch direkt den Phasenvorschub für einen Bunch. Um ein Maß für die Stärke der äußeren Fokussierung im Vergleich zu der des MWQ zu haben, führen wir die Größe m mit

$$m = \frac{c \eta_e G_e \lambda}{\eta \pi E} \quad (5.81)$$

ein. In Analogie zu (5.71) finden wir

$$\frac{\sin\left(\frac{\eta_{12}}{2}\right)}{m + \sin\left(\Phi_{1,2}\right)} = \frac{\sin\left(\frac{\mu_0}{2}\right)}{m + \sin\Phi_0} \quad (5.82)$$

Wir untersuchen nun die Abhängigkeit des Phasenvorschubs von der Wahl der äußeren Fokussierstärke für verschiedene Verhältnisse σ/λ bei unterschiedlicher Wahl von m . Man sieht, die Addition von m zu den Nennern in (5.82) führt zu einer Verkleinerung der Variationsbreite des Phasenvorschubs zwischen Kopf- und Schwanzteilchen des Bunches. Dies gilt um so mehr, je größer m ist. Das bedeutet, daß nun die maximale Länge eines Bun-

ches größer werden darf, bzw. die HF-Phase kleiner gewählt werden kann. Bei geeigneter Wahl der Bunchlänge und der äußeren Fokussierstärke läßt sich $\Phi_0 = 0^\circ$, also maximale BNS-Dämpfung, ohne weiteres erreichen. Ein weiterer Vorteil einer geringen Variation des Phasenvorschubs über den Bunch ist die damit verbundene geringere Energieunschärfe.

Für eine äußere Fokussierung, die gerade halb so stark ist wie die der MWQ, finden wir die folgenden Kurven:

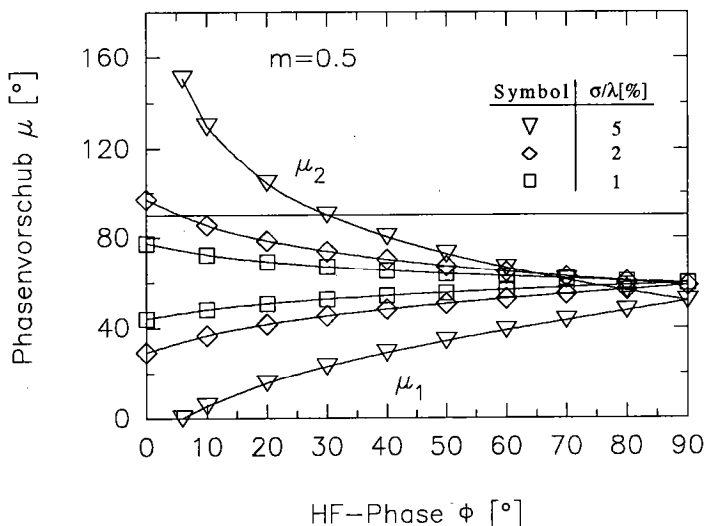


Abb. 5.20) Phasenvorschub in Abhängigkeit von Φ_0 für verschiedene σ/λ . Die Stärke der äußeren Fokussierung beträgt $m = 0.5$.

Aus den Abb. 5.20) - 5.22) ist zu erkennen, daß ein stabiler Transport der Teilchen bis hinunter zu 0° HF-Phase möglich wird und dies sogar bei deutlich längeren Bunchen als vorher. Eine externe Fokussierung der halben Stärke der internen MWQ's erlaubt die Verdoppelung der Bunchlänge gegenüber der reinen HF-Fokussierung bei einer auf ca. 7° zurückgenommenen HF-Phase, was lediglich einen Verlust von ca. 0.75% in der verfügbaren Beschleunigungsfeldstärke bedeutet.

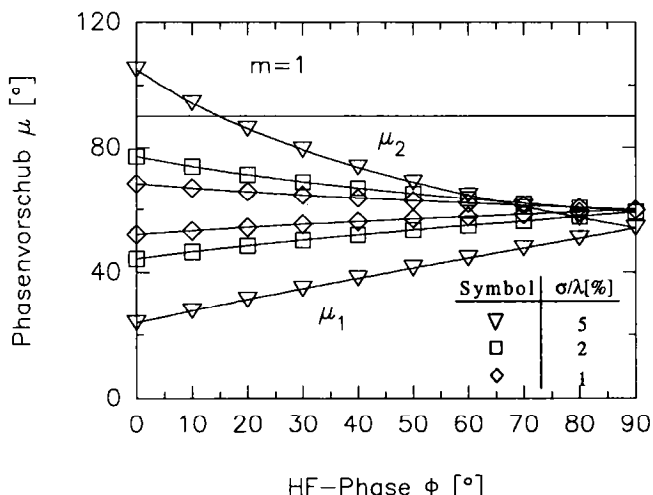


Abb. 5.21) Phasenvorschub in Abhängigkeit von Φ_0 für verschiedene σ/λ . Die Stärke der äußeren Fokussierung beträgt $m = 1$.

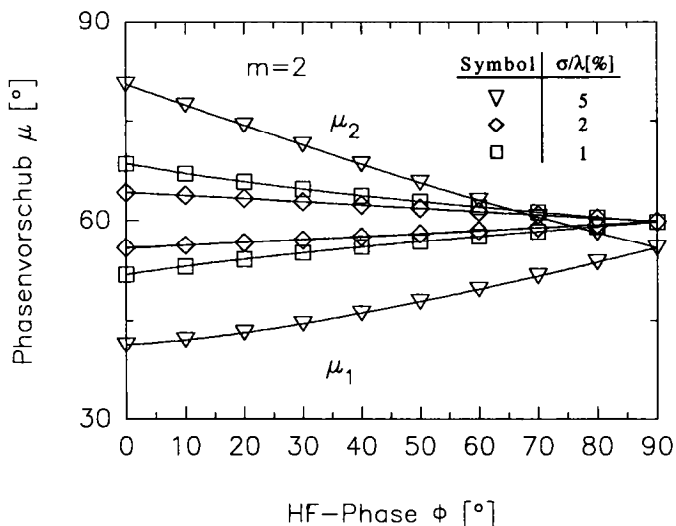


Abb. 5.22) Phasenvorschub in Abhängigkeit von Φ_0 für verschiedene σ/λ . Die Stärke der äußeren Fokussierung beträgt $m = 2$.

Vergrößert man die Stärke der externen Fokussierung auf den Wert der inneren, also $m = 1$, so kann man die maximal mögliche Bunchlänge weiter vergrößern. Bei 0° HF-Phase findet man für den Grenzwert σ/λ einen Wert von 3.4% (vgl. Abb. 5.23)).

Verstärkt man die äußere Fokussierung noch weiter, so zeigt sich, daß man sogar Bunche bis zu einem σ/λ von 7.8% bei 0° HF-Phase stabil transportieren kann. Allerdings bedeuten derart große Werte unter Umständen eine zu große longitudinale Energieverschmierung im Bunch, die bis zum Final-Focus nicht mehr korrigiert werden kann. Man wird deshalb σ/λ in einem Bereich kleiner als ca. 5% wählen.

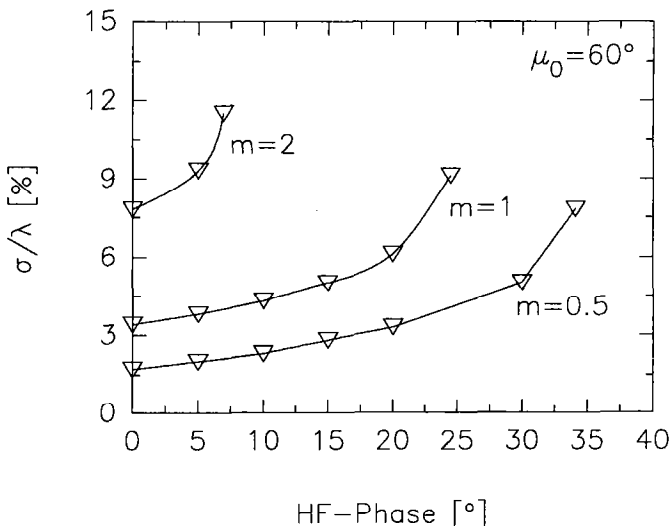


Abb. 5.23) Maximales σ/λ als Funktion von Φ_0 für verschieden starke äußere Fokussierung.

Die für die Bedämpfung von Wake-Effekten maßgebliche Größe U_{dkd}/ds kann analog zur reinen HF-Fokussierung durch Differentiation aus (5.77) gewonnen werden. Da die externe Fokussierung jedoch nicht zeitabhängig ist, erhalten wir wieder (5.79). Eine äußere Fokussierung ändert also nichts an den Eigenschaften der MWQ bezüglich BNS-Dämpfung von transversalen Wake-Effekten.

5.4.4.FOFO-Kanal mit Rundblendenstrukturen

Grundsätzlich läßt sich mit Hilfe von Rundblendenstrukturen ein konstant fokussierender Beschleunigerkanal herstellen (vgl. Kap. 5.3.1). Man ist so unter Umständen in der Lage, völlig auf äußere Fokussierungsmaßnahmen zu verzichten. Allerdings sinkt damit auch die zur Beschleunigung von Teilchen zur Verfügung stehende Feldstärke um rund ein Drittel, da dieser Anteil der HF-Leistung zur Erzeugung des fokussierenden Feldes verwendet wird (Phasenfokussierung). Entsprechend müßte ein derartiger Beschleuniger auch ca. 30% länger werden. Im folgenden soll zunächst untersucht werden, ob es möglich ist, mit einem geringen Anteil dieser Strukturen am gesamten Beschleuniger auszukommen.

Durch periodisches Vertauschen der Eingangsphase des Teilchens in Bezug auf die Hochfrequenz läßt sich auch mit Rundblendenstrukturen ein FODO-Kanal erzeugen. Der Unterschied zu einem Quadrupolkanal besteht lediglich darin, daß Fokussierung bzw. Defokussierung für die x- bzw. y-Richtung nicht phasenverschoben sind. Gerade bei höheren Frequenzen ist jedoch die Fokussierstärke der mit MWQ erreichbaren unterlegen. Deshalb erscheint es sinnvoll, anstelle eines FODO- einen FOFO-Kanal, also eine Anordnung lediglich aus fokussierenden Elementen mit dazwischenliegenden Driftstrecken, zu betrachten.

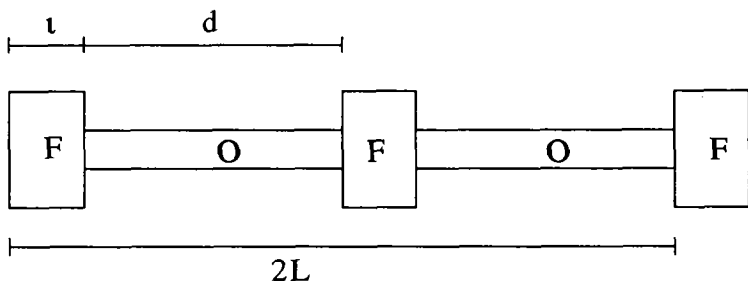


Abb. 5.24) Ausschnitt aus einem FOFO-Kanal.

Die Transportstrecke besteht aus fokussierenden Elementen (F) und Driftstrecken (O) der Länge d . Zusammen ergibt das einen FOFO-Kanal der Periodenlänge L . Betrachten wir wieder z.B. die x-Komponente der Bewegung, so haben wir die folgende Gleichung:

$$\begin{pmatrix} x \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{d}{f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_0' \end{pmatrix} = \hat{T} \begin{pmatrix} x_0 \\ x_0' \end{pmatrix} \quad (5.83)$$

Der Kosinus des Phasenvorschubs ist damit:

$$\cos(\mu) = 1 - \frac{d}{2f} \quad (5.84)$$

Die Brennweite einer Rundblendenstruktur ist stets groß gegenüber der Länge der Struktur. Zum Vergleich: Am Beispiel von Kap. 5.2 findet man für einen FOFO $f = 30\text{m}$ bei einer Resonatorlänge von 0.5m , 3GeV Eingangsenergie und einer Beschleunigungsfeldstärke von 100MV/m . Um die Dünne-Linsen-Näherung verwenden zu können, muß die Länge eines Resonators klein gegenüber der Driftstrecke sein ($d \approx L$). Für unser Beispiel bedeutet das ein d von einigen Metern.

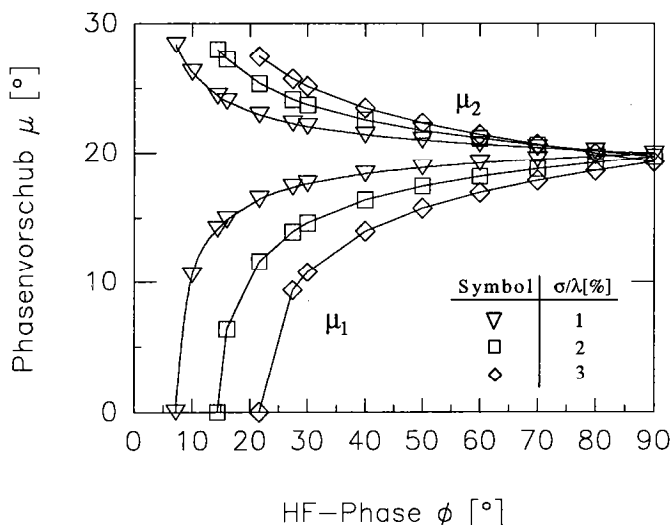


Abb. 5.25) Phasenvorschub in Abhängigkeit von Φ_0 für verschiedene σ/λ .

Wie im Falle der MWQ ist der an ein Teilchen abgegebene Transversalimpuls von der Eintrittsphase abhängig. Wir suchen also wieder nach dem Zusammenhang zwischen Phasenvorschub und Eintrittsphase. Wie oben definieren wir den Beginn und das Ende eines Teilchenpaketes der rms-Länge σ bei

$\pm 2\sigma$. Wir setzen nun die Brennweite (Gleichung (5.51)) in Gleichung (5.84) ein und stellen um. Das ergibt:

$$\sin^2\left(\frac{\mu}{2}\right) = \frac{L}{4U} E_0 \sin(\Phi) \quad (5.85)$$

Das führt auf die folgende Gleichung für das Verhältnis von Phasenvorschub zu Eingangsphase:

$$\frac{\sin^2\left(\frac{\mu_{1,2}}{2}\right)}{\sin(\Phi_{1,2})} = \frac{\sin^2\left(\frac{\mu_0}{2}\right)}{\sin(\Phi_0)} \quad (5.86)$$

Den Soll-Phasenvorschub wählen wir nach folgender Überlegung: Eine Brennweite von 60m aus dem obigen Beispiel einer X-Band Struktur und eine angenommene Strukturperiode von 4m führen, in (5.84) eingesetzt, auf $\mu = 21.04^\circ$. Wir nehmen deshalb für den Phasenvorschub im Bunchschwerpunkt 20° an. In Abhängigkeit vom Verhältnis σ/λ erhält man für einen lediglich mit Rundblendenfokussierung ausgestatteten Beschleuniger das in Abb. 5.10) gezeigte Verhalten des Phasenvorschubs. Im Vergleich mit einem entsprechenden MWQ-Kanal zeigt sich, daß bei gleicher Bunchlänge die Variationsbreite des Phasenvorschubs deutlich geringer ist. Man findet z.B. für $\sigma/\lambda = 1\%$ gegenüber dem MWQ-Kanal eine Reduktion der Phasenbreite von ca. 52%, wobei $\mu_0 = 60^\circ$ angenommen wurde. Schon ohne äußere Fokussierung gelangt man zu geringen möglichen Hochfrequenzphasen. Dabei ist aber zu beachten, daß die maximal mögliche Beschleunigung in einer fokussierenden Rundblendenstruktur bei gleicher E_z -Feldstärke lediglich $2/\pi$ der eines bei 0° HF-Phase betriebenen MWQ beträgt. Man verliert in jedem Fall an Beschleunigung.

5.4.5. BNS-Dämpfung mit Rundblendenfokussierung

Ebenso wie im Falle der MWQ weist eine Rundblendenstruktur eine phasenabhängige Fokussierung auf. Es ist damit prinzipiell also ebenfalls möglich, Short-Range-Wakes zu bedämpfen. Wir ersetzen in (5.85) L durch μ/k_β und erhalten so:

$$k_\beta = \frac{\mu E_0 \sin(\Phi)}{4U \sin^2\left(\frac{\mu}{2}\right)} \quad (5.87)$$

Dabei ist U wieder die vom Teilchen durchfallene Spannung. Wir interessieren uns wieder für die Ableitung von k_β nach der HF-Phase, wobei wir wieder berücksichtigen, daß $d/d\Phi = (\lambda/2\pi)d/ds$ gilt. Das führt uns auf:

$$\frac{dk_\beta}{ds} = \frac{\mu E_0 \pi}{2U \lambda \sin^2(\frac{\mu}{2})} \cos(\Phi) \quad (5.88)$$

Auch hier ist wieder eine möglichst kleine HF-Phase für die BNS-Dämpfung am günstigsten. Um das BNS-Kriterium zu erfüllen, muß damit gelten:

$$2Uk_\beta \frac{dk_\beta}{ds} = \frac{\pi \mu^2 E_0}{\lambda L \sin^2(\frac{\mu}{2})} \cos(\Phi) \geq q \frac{dW_\perp}{ds} \quad (5.89)$$

Es ist hierbei zu beachten, daß wegen der von c verschiedenen Phasengeschwindigkeit die Wellenlänge der Hochfrequenz in z -Richtung geändert ist.

$$\lambda = \frac{1 + \Delta\beta}{f} c \quad (5.90)$$

Legt man für eine X-Band-Struktur eine HF-Phase von 10° , $L = 2\text{m}$, $\iota = 0.25\text{m}$, $E_0 = 100\text{MV/m}$ und $\mu = 20^\circ$ zugrunde, so folgt damit $\Delta\beta = -5\%$ und $2Uk_\beta dk_\beta/ds = 1.13 \cdot 10^{10} \text{V/m}^3$. Reduziert man L und ι um den Faktor zwei, erreicht man $2.17 \cdot 10^{10} \text{V/m}^3$.

5.4.6. Rundblenden- in Verbindung mit äußerer Fokussierung

Wie auch schon bei den MWQ soll nun untersucht werden, wie sich der oben behandelte FOFO-Kanal bei zusätzlicher äußerer Fokussierung verhält. Wir nehmen dazu wieder eine externe FODO-Struktur aus statischen Quadrupolen an (vgl. Kap. 5.4.3). Die überlagerte Wirkung der beiden Fokussierungen bestimmt den Phasenvorschub. Wir finden ganz analog zu (5.80):

$$\sin^2(\frac{\mu}{2}) = \frac{L E_0}{4U} \left(\sin(\Phi) + \frac{L c \eta_e G_e}{2E_0} \right) \quad (5.91)$$

Führen wir wieder eine Größe m ein, die die Stärke der äußeren zur inneren Fokussierung angibt, so erhalten wir:

$$\frac{\sin^2(\frac{\mu_{1,2}}{2})}{m + \sin(\Phi_{1,2})} = \frac{\sin^2(\frac{\mu_0}{2})}{m + \sin(\Phi_0)} \quad (5.92)$$

Es gilt dabei $m = Lc\eta_e/2E_0$. Die äußere Fokussierung wirkt also wieder nur auf den Phasenvorschub, sie hat keinen Einfluß auf die BNS-Dämpfung.

Wie im Falle der MWQ verringert sich mit zunehmender äußerer Fokussierstärke die Variationsbreite des Phasenvorschubs, ein Teilchentransport bis hinunter zu 0° HF-Phase wird möglich. Wählt man $m = 1$, beträgt die Variation des Phasenvorschubs für eine Bunchlänge von $\sigma/\lambda = 5\%$ und 0° HF-Phase noch ca. 12.5° . Bezieht man diesen Wert anstatt auf 20° Phasenvorschub des Sollteilchens auf die 60° des MWQ-FODO-Kanals, erhält man ca. 41° Phasenbreite. Beim vergleichbaren MWQ-Kanal ist sie mehr als doppelt so groß. Das bedeutet gleichzeitig, daß noch größere Bunchlängen transportiert werden können, was sich günstig auf das maximale longitudinale Wakepotential entlang des Bunches auswirkt.

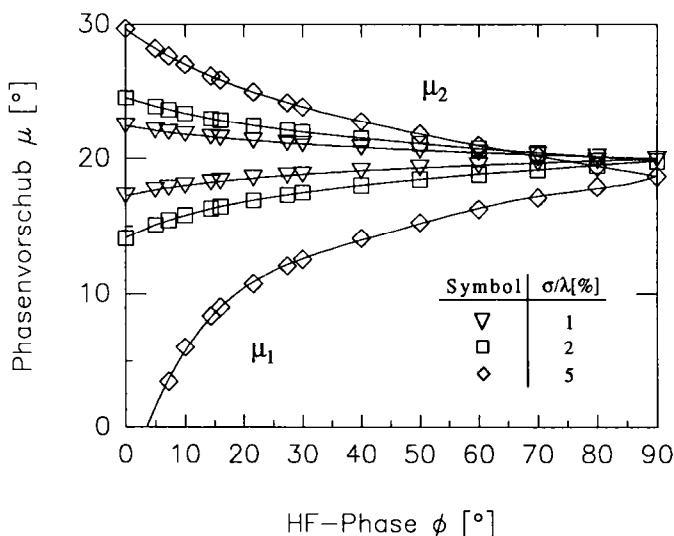


Abb. 5.26) Phasenvorschub in Abhängigkeit von Φ_0 für verschiedene σ/λ . Die Stärke der äußeren Fokussierung beträgt $m = 0.5$.

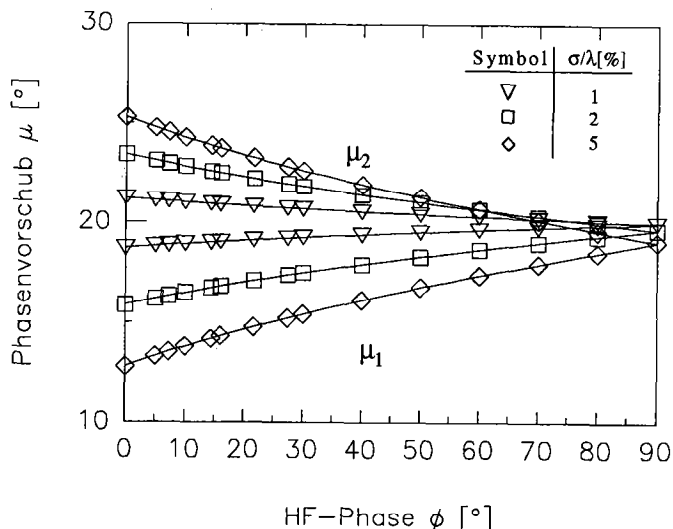


Abb. 5.27) Phasenvorschub in Abhängigkeit von Φ_0 für verschiedene σ/λ . Die Stärke der äußeren Fokussierung beträgt $m = 1$.

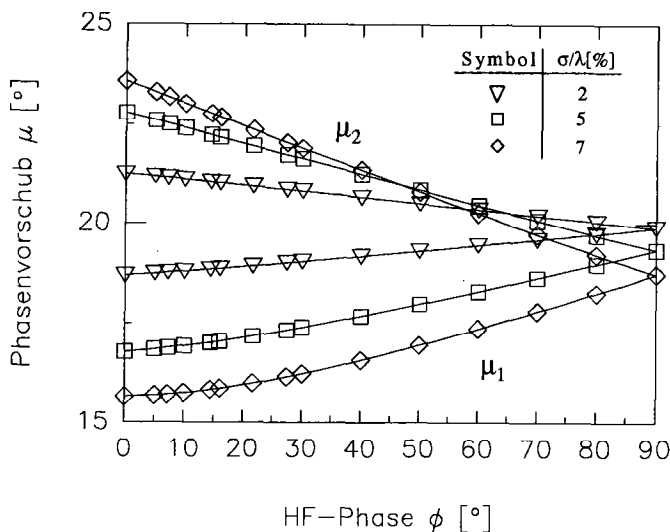


Abb. 5.28) Phasenvorschub in Abhängigkeit von Φ_0 für verschiedene σ/λ . Die Stärke der äußeren Fokussierung beträgt $m = 2$.

Fokussierende Rundblendenstrukturen lassen sich ebenso wie MWQ-Strukturen zur Strahlführung in einem Linear Collider verwenden. Während beim MWQ die mögliche Fokussierstärke sowohl von der Feldstärke als auch von der Frequenz abhängt, ist bei der Rundblendenstruktur die Feldstärke die einzige frei wählbare Größe. Da aber die transversalen Wakefelder mit der dritten Potenz der Frequenz skalieren, ist die so erreichbare Fokussierung bzw. BNS-Dämpfung für K-Band Collider (CLIC) nicht mehr ausreichend, da die Feldstärke nicht beliebig vergrößert werden kann. Bis hinunter zu X-Band-Frequenzen ist die Bedämpfung von Einzelbunch-Instabilitäten notwendig. Rundblendenstrukturen bieten aber bis in diesen Frequenzbereich hinreichend große Fokussierstärken, so daß ihr Einsatz in einem X-Band-Collider denkbar erscheint.

5.5. Experimentelle und numerische Bestimmung der Fokussierstärke eines MWQ

5.5.1. Resonante Störkörpertheorie

Wir betrachten einen beliebigen Hohlraumresonator des Volumens V mit einer ideal leitenden Berandung A . Der Resonator schwingt mit einer Eigenmode bei der Resonanzfrequenz ω_0 . Bringen wir nun einen Störkörper in den Resonator ein, so wird sich ein neuer Schwingungszustand einstellen, die Mode wird nun bei geänderter Frequenz schwingen.

Um einen Ausdruck für die Abhängigkeit der Resonanzfrequenz von der Größe der Störung zu finden, gehen wir von den Maxwellgleichungen im gestörten Fall aus.

$$\nabla \times \vec{H} = i\omega\epsilon\vec{E}, \quad \nabla \times \vec{E} = -i\omega\mu\vec{H}. \quad (5.93)$$

Die beiden Gleichungen werden nun mitde konjugiert komplexen ungestörten Feldern E_0^* bzw H_0^* multipliziert. Die erste Gleichung läßt sich dann mit Hilfe des gaußschen Satzes in

$$\oint_A (\vec{H} \times \vec{E}_0^*) d\vec{A} = i\omega\epsilon \iiint_V \vec{E} \cdot \vec{E}_0^* dV - i\omega_0\mu_0 \iiint_V \vec{H} \cdot \vec{H}_0^* dV \quad (5.94)$$

umformen. Ebenso verfährt man mit der zweiten Gleichung:

$$\oint_A (\vec{E} \times \vec{H}_0^*) d\vec{A} = -i\omega\mu \iiint_V \vec{H} \cdot \vec{H}_0^* dV - i\omega_0\epsilon_0 \iiint_V \vec{E} \cdot \vec{E}_0^* dV. \quad (5.95)$$

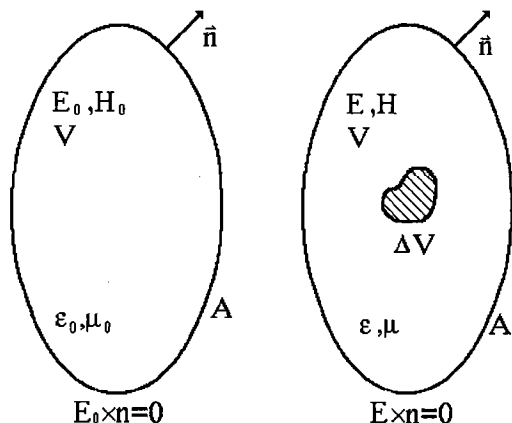


Abb. 5.29) Hohlraumresonator mit idealleitender Berandung A. Bei Störung der Felder im Inneren durch einen beliebigen Störkörper mit dem Volumen ΔV werden die Felder modifiziert, die Randbedingungen bleiben erhalten.

Da der Störkörper nur die Felder im Inneren des Hohlraumresonators beeinflusst, sind die Randbedingungen im gestörten wie im ungestörten Fall identisch. Die Berandung des Resonators war ideal leitend angenommen worden, deshalb verschwinden die Oberflächenintegrale. Mit Hilfe des Polarisationsvektors \vec{P} und des Magnetisierungsvektors \vec{M} lassen sich die Gleichungen weiter umformen. Man erhält:

$$\begin{aligned}
 i\omega_0\mu_0 \iiint_V \vec{H} \cdot \vec{H}_0^* dV &= i\omega \iiint_V \vec{P} \cdot \vec{E}_0^* dV + i\omega\epsilon_0 \iiint_V \vec{E} \cdot \vec{E}_0^* dV \\
 -i\omega_0\epsilon_0 \iiint_V \vec{E} \cdot \vec{E}_0^* dV &= i\omega \iiint_V \vec{M} \cdot \vec{H}_0^* dV - i\omega\mu_0 \iiint_V \vec{H} \cdot \vec{H}_0^* dV \quad (5.96)
 \end{aligned}$$

Die erste der beiden so gewonnenen Gleichungen wird jetzt mit $-i\omega_0$ multipliziert, die zweite mit $i\omega$. Anschließendes Einsetzen der zweiten in die erste Gleichung führt auf die Müller- [36] oder auch Slater-Formel.

$$(\omega^2 - \omega_0^2) = - \frac{\omega\omega_0 \iiint_{\Delta V} \vec{P} \cdot \vec{E}_0^* dV + \omega^2 \iiint_{\Delta V} \vec{M} \cdot \vec{H}_0^* dV}{\mu_0 \iiint_V \vec{H} \cdot \vec{H}^* dV} \quad (5.97)$$

Im Zähler ist dabei nur über das Volumen des Störkörpers zu integrieren, da nur dort die Polarisierung bzw. die Magnetisierung von null verschieden ist. Im Nenner steht gerade das Doppelte der im Resonator gespeicherten Energie U . Um die Slater-Formel für Messungen anwenden zu können, muß eine Näherung für kleine Störungen gemacht werden. Bei einer kleinen Störung wird das Produkt $\omega\omega_0$ sich nicht wesentlich von ω^2 unterscheiden. Man kann dann die Slater-Formel durch ω^2 dividieren und erhält:

$$\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega^2} = - \frac{\iiint_{\Delta V} (\vec{P} \cdot \vec{E}_0^* + \vec{M} \cdot \vec{H}_0^*) dV}{2U} \quad (5.98)$$

Die so erhaltene Näherungsformel kann nun direkt angewendet werden. Die durch eine Störung der Felder einer Mode hervorgerufene Energieänderung ist einer Änderung der Eigenfrequenz der Mode proportional. Diese direkte Methode hat aber den Nachteil, daß ihre Empfindlichkeit u.U. nicht ausreicht. Ein Störkörper von an die zu untersuchende Mode angepaßter Größe kann z.B. nur noch eine sehr kleine Resonanzverstimmung hervorrufen, die dann leicht im Signalrauschen untergehen kann. Das ist zum Beispiel für eine vielzellige Sektion eines Elektronenbeschleunigers der Fall. Der Störkörper muß mit seiner Größe auf die Feldgeometrie in einer Zelle abgestimmt sein, um verlässliche Messungen zu ermöglichen. Stark bedämpfte Eigenmoden eines Resonators zeigen ebenfalls nur eine äußerst schwache Änderung der Resonanzfrequenz, wenn sie gestört werden. Man erkennt, daß in allen Fällen, in denen die Verstimmung klein ist, ein genaueres Meßverfahren gefunden werden muß.

Die Lösung des Problems besteht darin, den Reflexionsfaktor am Eingang der zu untersuchenden Struktur zu beobachten. Die Messung der Frequenzänderung wird dann auf eine Messung der Änderung des Reflexionsfaktors zurückgeführt. Diese Art der Messung entspricht einer Phasenmessung und ist besonders für die Benutzung eines Network-Analyzers geeignet.

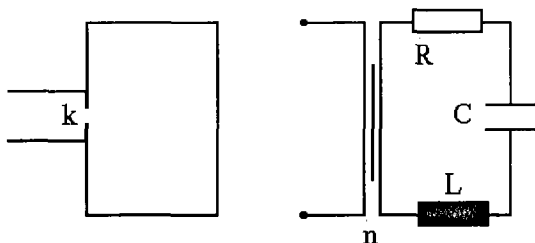


Abb. 5.30) Serienkreis als Abschlußresonator (Leerlaufkopplung). Der Koppelfaktor wird mit k bezeichnet, n ist das Übersetzungsverhältnis des (idealen) Transformators im Ersatzschaltbild.

Zur Herleitung der Meßvorschrift betrachten wir den äquivalenten Ersatzkreis für die zu untersuchende Mode. Betrachten wir die Struktur als Abschluß einer Leitung mit einem Serienkreis, so finden wir für den Reflexionsfaktor Γ am Eingang [37]:

$$\Gamma = \frac{1 - k + i\Omega}{1 + k + i\Omega}, \quad \Omega = Q_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \approx Q_0 \left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega^2} \right) \quad (5.99)$$

für kleine Störungen, die wir im folgenden immer annehmen werden. Dabei ist k der Koppelfaktor zwischen Leitung und Resonator und Q_0 die unbelastete Kreisgüte.

In Resonanz verschwindet der Imaginärteil, Γ wird rein reell. Wir bilden nun die Differenz zwischen Reflexionsfaktor im gestörten und ungestörten Fall und finden:

$$\Delta\Gamma = (\Gamma - \Gamma_0) = \frac{2k}{(1+k)} \frac{i\Omega}{(1+k) + i\Omega} \approx \frac{2k}{(1+k)^2} i\Omega \quad (5.100)$$

Wir haben dabei nach kleinen Ω entwickelt. Man erkennt, für diesen Fall ist $\Delta\Gamma$ rein imaginär. Das bedeutet, daß die Größe des Störkörpers so gewählt werden muß, daß der Realteil von $\Delta\Gamma$ für die Messung klein gegen den Imaginärteil sein muß. Eingesetzt in die Müller-Formel (5.98) und unter Verwendung der Definitionsgleichung für die Güte ergibt sich:

$$\Delta\Gamma = -i \frac{k}{(1+k)^2} \frac{\omega_0}{P} \iiint_{\Delta V} (\vec{P} \cdot \vec{E}_0^* + \vec{M} \cdot \vec{H}_0^*) dV \quad (5.101)$$

Ist die Polarisierung und die Magnetisierung des Störkörpers homogen, was für Rotationsellipsoide zutrifft, oder ist seine Abmessung klein gegen die Wellenlänge, so läßt sich das Integral als eine Konstante mal einem Term für das elektrische und magnetische Feld schreiben. Im Falle eines dielektrischen Störkörpers oder ausschließlich elektrischen Feldes reduziert sich (5.101) zu:

$$\Delta\Gamma = -i \frac{k}{(1+k)^2} \frac{\omega_0}{P} a |E_0|^2 \quad (5.102)$$

Die Größe a ist dabei die sogenannte Störkörperkonstante. Sie ist abhängig von Größe, Form und Material des verwendeten Störkörpers.

Es ist natürlich genauso möglich, die Messungen in Transmission durchzuführen. Zur Ableitung der Meßvorschrift benutzen wir wieder den äquivalenten Ersatzkreis. Hier benötigen wir das Element s_{21} der zugehörigen Streumatrix. Dieses läßt sich wieder aus z.B. [37] entnehmen.

$$s_{21} = \frac{1+k_1+k_2}{k_1 k_2 \Omega} \quad (5.103)$$

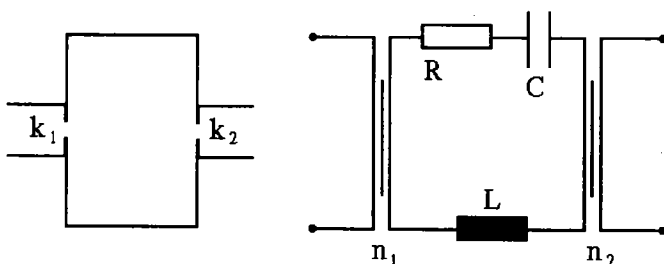


Abb. 5.31) Serienkreis als Transmissionsresonator (Leerlaufkopplung). Der Koppelfaktor am Eingang wird mit k_1 , der Koppelfaktor am Ausgang wird mit k_2 bezeichnet, n_1 bzw. n_2 ist das Übersetzungsverhältnis der (idealen) Transformatoren im Ersatzschaltbild.

Wie im Fall der Reflexionsmessung bilden wir wieder die Differenz zwischen gestörtem und ungestörtem Fall. Das führt auf:

$$\Delta s_{21} = -\frac{2\sqrt{k_1 k_2}}{(1+k_1+k_2)^2} i\Omega \quad (5.104)$$

Dabei ist wieder nach kleinen Störungen entwickelt worden. Um die Gültigkeit der Entwicklung zu garantieren, muß die Größe des Störkörpers wie im vorhergehenden Fall für die Messung angepaßt werden. Unter Verwendung der Slater-Formel kommt man schließlich zu:

$$\Delta s_{21} = -i\frac{2\sqrt{k_1 k_2}}{(1+k_1+k_2)^2} \frac{\omega_0}{P} a|E_0|^2 \quad (5.105)$$

Mit Hilfe eines Resonators genau bekannter Geometrie kann die Störkörperkonstante durch Messung z.B. der Frequenzverschiebung der Resonanz ermittelt werden. Es ist dabei zu beachten, daß (5.104) und (5.105) nur dann gültig sind, wenn die Abmessungen des Störkörpers klein gegen die Wellenlänge der Schwingung in der Struktur sind, so daß man eine mittlere Polarisierung bzw. Magnetisierung annehmen kann. Die Shuntimpedanz einer Mode bestimmt man nun unter Verwendung dieser beiden Gleichungen, indem man mit Hilfe geeigneter Störkörper z.B. die z-Komponente des E-Feldes entlang der Strahlachse bestimmt und $|E_0|^2/P$ aufintegriert.

5.5.2. Zylinderresonator mit Rechteckblenden

Zur Bestimmung des in einer Hochfrequenzstruktur geeigneter Geometrie zu erwartenden Fokussiergradienten wurden numerische Berechnungen mit MAFIA an verschiedenen Geometrien sowie Störkörpermessungen an einem Beispieleresonator durchgeführt.

Wie wir aus Kap. 3.2 wissen, benötigt man zur Erzeugung von Quadrupolfeldern Strukturen gebrochener Symmetrie. Eine mögliche Struktur ist eine Irisstruktur mit Schlitzblenden anstelle von Rundblenden. Da am Institut bereits ein "Baukastensystem" für Irisstrukturen im S-Band (2-4GHz) existiert, wurde dieser Frequenzbereich für Rechnungen und Experimente gewählt. Die geometrischen Abmessungen von Resonatoren im S-Band liegen im Bereich von ca. 5cm Periodenlänge und 10cm Strukturdurchmesser. Die vorhandenen "Tassen" zum Aufbau einer solchen Sektion weisen eine Periodenlänge von 45.8mm auf, das bedeutet, die zur Beschleunigung benutzte $2\pi/3$ -Mode muß eine Frequenz von ca. 2.2GHz aufweisen, damit die Phasengeschwindigkeit der Welle gleich c ist.

Es wurde ein dreizelliger Modellresonator mit Rechteckblenden berechnet und gebaut [38]. Er besteht aus zwei "Tassen" der vollen und zwei Tassen der halben Länge einer Strukturperiode. Die betrachtete Struktur besitzt also

eigentlich vier Zellen, darum findet man in jedem Paßband vier Eigenmoden. Diese Wahl der Randbedingungen (Halbzellenabschluß) ermöglicht die Existenz der π -Mode, die es bei drei Vollzellen nicht geben kann. Die Phasengeschwindigkeit in der $2\pi/3$ -Mode wurde auf c abgestimmt.

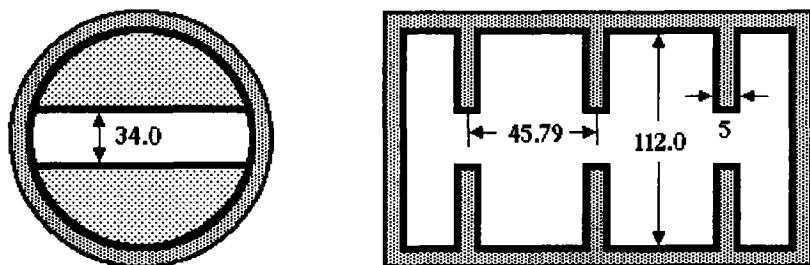


Abb. 5.32) Skizze der dreizelligen MWQ-Struktur mit Schlitzblenden. Der Modellresonator besteht aus Messing (MS58) mit einer Leitfähigkeit von $\sigma = 1.46 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$.

Der Resonator besteht aus Messing (MS58) mit einer spezifischen Leitfähigkeit von $\sigma = 1.46 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \text{m}^{-1}$. Die Kenngrößen des Resonators wurden mit MAFIA [34] berechnet und im Labor gemessen. Es zeigte sich dabei eine gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Experiment.

Tabelle 5.1

Vergleich der gerechneten und gemessenen Kenngrößen des Modellresonators. Da MAFIA-Werte für die Shuntimpedanz bereits die Flugzeit des Teilchens durch die Struktur berücksichtigen, sind die Meßwerte um den Transittimefaktor $\Lambda^2 \approx 0.94$ korrigiert

	f_0 [GHz]	Q_0 [1]	R_z [M Ω]
MAFIA	2.196	6411	1.136
Experiment	2.2	5200	0.974

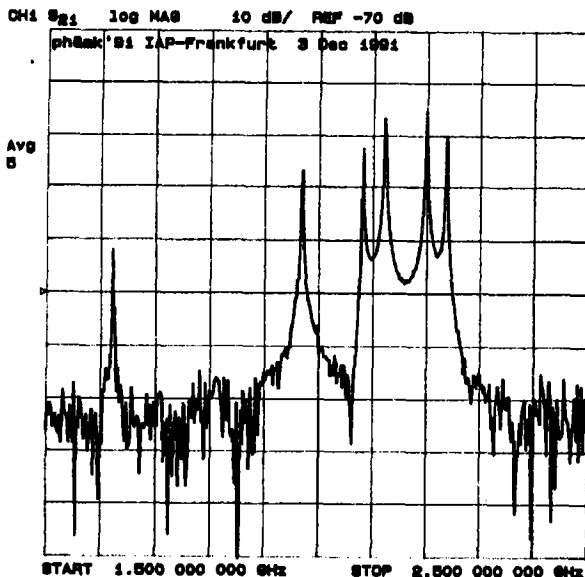


Abb. 5.33) Modenspektrum der dreizelligen Modellstruktur mit Schlitzblenden, aufgenommen zwischen 1.5GHz und 2.5GHz.. Die Anregung erfolgte kapazitiv mit geringer Ablage von der Strahlachse. Man erkennt zwei dipolartige Moden bei 1.62GHz und 1.97GHz. Die $TM_{010}-2\pi/3$ - Mode liegt bei 2.2GHz.

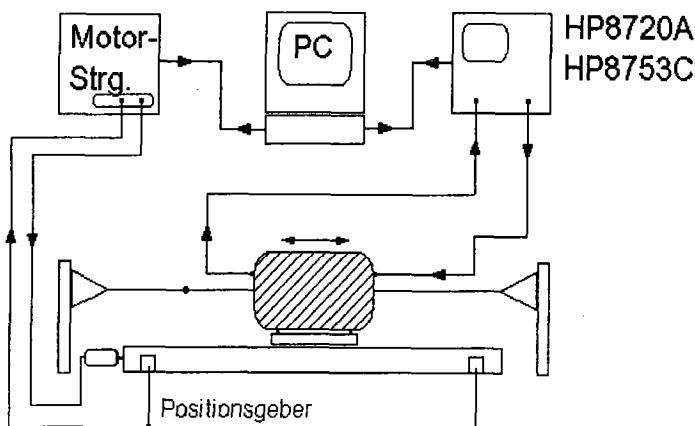


Abb. 5.34) Skizze des Störkörperpermeßstandes. Anstelle des Fadens wird der Resonator auf einem Lineartisch bewegt. Ein Rechner steuert die Meßwerterfassung.

Die Störkörpermessungen erfolgten an einem rechnergesteuerten Meßstand, der sich dadurch von herkömmlichen Aufbauten unterscheidet, daß anstelle des Fadens der gesamte Resonator bewegt wird. Man vermeidet auf diese Weise ein Aufschwingen des Störkörpers während des Meßvorgangs und verringert so das Signalrauschen. Der gesamte Aufbau befindet sich auf einem schwingungsisolierten Meßtisch, zur Entkopplung von Resonatorvorschubeinheit und Fadenhalterung ruht die Vorschubeinheit zusätzlich auf Schwingungsdämpfern.

In Tabelle 5.1 sind die Resonatorkenngrößen aus Rechnung und Messung für den Modellresonator zusammengetragen. Die geringere Güte der realen Struktur kann mit Verlusten an den Kontaktstellen zwischen den Tassen erklärt werden. Der Vergleich von R/Q aus Messung und Rechnung liefert eine Abweichung von ca. 5%.

Zur Bestimmung der Fokussiergradienten wurde das elektrische Feld mit einer dielektrischen bzw. sehr dünnen metallischen Nadel gemessen. Die Dicke der metallischen Nadel ist so bemessen, daß keine meßbare Störung des Magnetfeldes beobachtet wird. Gemäß der analytischen Ableitung (vgl. Kap. 3) bewirkt die azimuthale Komponente des Magnetfeldes die Fokussierung in y -Richtung. Anstelle dieses Feldes kann man ebensogut das E_z -Feld in der x - z -Ebene messen, welches bekanntlich proportional zu $-H_\phi$ ist.

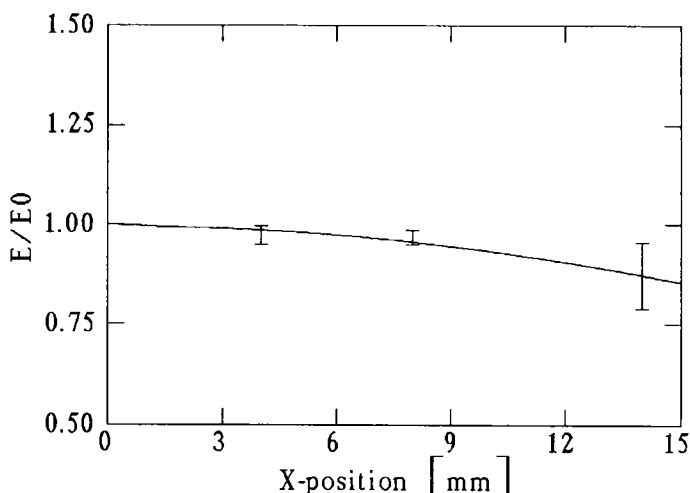


Abb. 5.35) Normiertes E_z -Feld gegen die x -Achsenablage aufgetragen. Mittelwert aus verschiedenen Meßreihen.

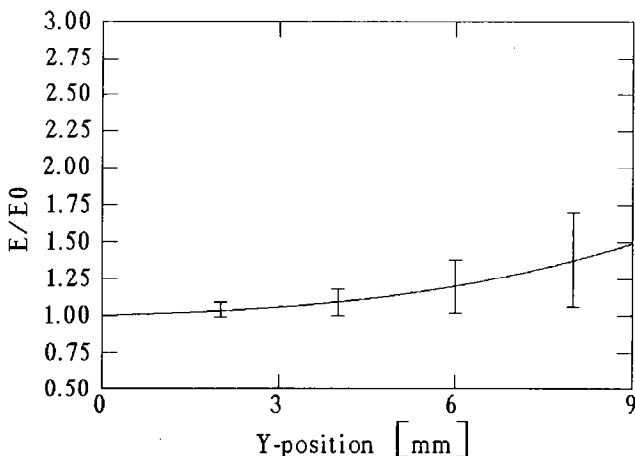


Abb. 5.36) Normiertes E_z -Feld gegen die y-Achsenablage aufgetragen. Mittelwert aus verschiedenen Meßreihen.

Abb. 5.35) und Abb. 5.36) zeigen den Verlauf des normierten (auf den Feldstärkewert auf der Strahlachse bezogenen) elektrischen Feldes in Abhängigkeit von der Achsenablage. Gäbe es im Inneren des Blendenkanals eine ebene Welle, so wäre das normierte E-Feld für alle Ablagen gleich eins. Während die Abnahme in x-Richtung weniger stark und nur durch die Abnahme des E-Feldes gegen die Resonatorwand bestimmt ist, bewirkt der Einfluß der Blendenkanten in y-Richtung eine etwas steilere Kurve.

Die zugehörigen, auf das beschleunigende Feld normierten, Fokussiergradienten sind in den Abb. 5.37) und 5.38) angegeben. Aus einer Kurvenanpassung findet man für die Gradienten in x- und y-Richtung auf der Strahlachse 78.2 ns/m^2 in x- bzw. 77.2 ns/m^2 in y-Richtung (Es gilt: $G^\circ = (T/m)/(V/m) = \text{s/m}^2$). Der theoretische Wert (vgl. Kap. 3) beträgt 76.9 ns/m^2 bei einer Frequenz von 2.2 GHz .

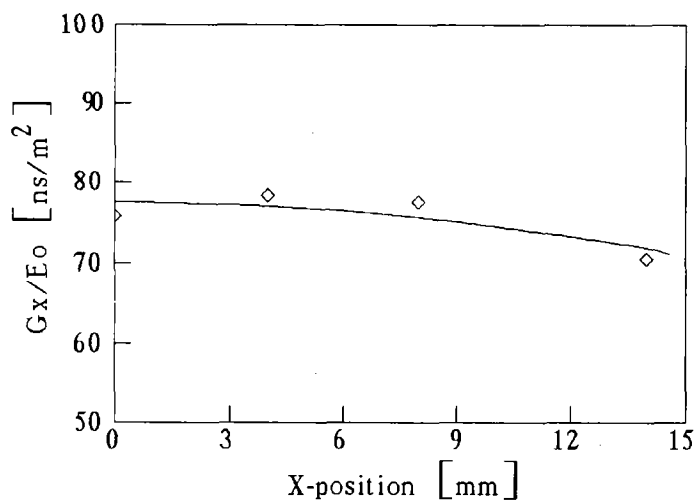


Abb. 5.37) Betrag des normierten Fokussiergradienten in x-Richtung, gemessen am Modellresonator.

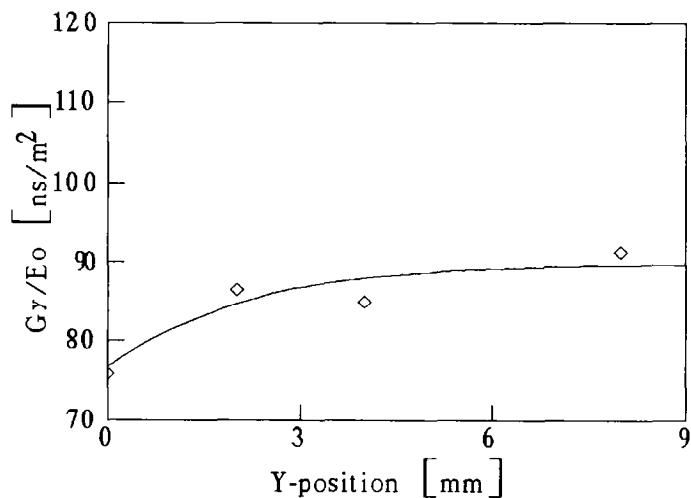


Abb. 5.38) Betrag des normierten Fokussiergradienten in y-Richtung, gemessen am Modellresonator.

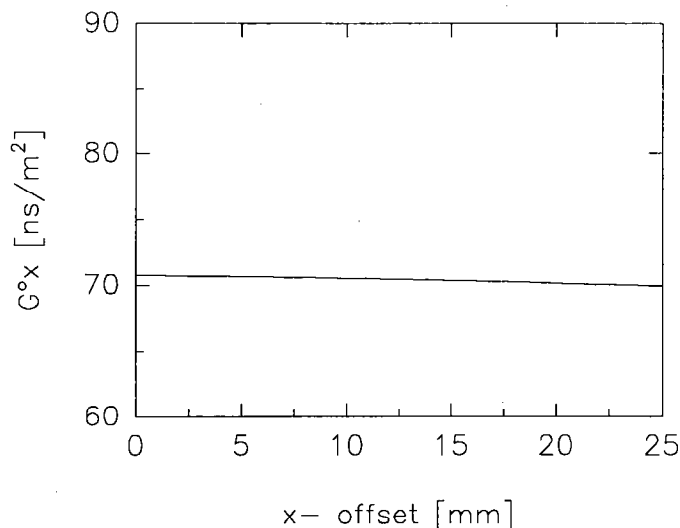


Abb. 5.39) Normierter Fokussiergradient in x-Richtung, berechnet mit MAFIA. Zum Vergleich mit der Messung ist hier der Betrag aufgetragen.

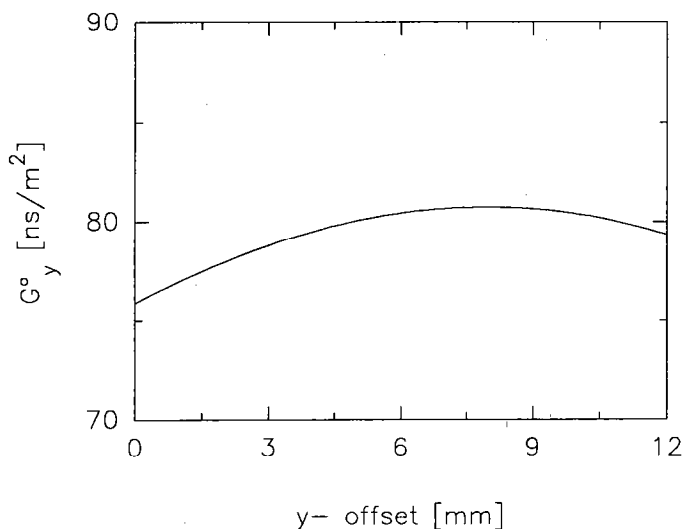


Abb. 5.40) Normierter Fokussiergradient in y-Richtung, berechnet mit MAFIA. Zum Vergleich mit der Messung ist hier der Betrag aufgetragen.

Mit MAFIA ermittelt man die Gradienten, indem man die auf ein Teilchen in der x-z- bzw. y-z-Ebene - abhängig von der Ablage - wirkenden Kräfte berechnet, aufintegriert, die Ableitung der so gewonnenen Kurve an den interessierenden Punkten bestimmt und durch das aufsummierte E_z -Feld auf der Strahlachse dividiert. Man erhält so einen über die Strukturlänge gemittelten Wert. Man findet 71.3ns/m^2 in x- bzw. 75.8ns/m^2 in y-Richtung (vgl. Abb. 5.39) bzw. 5.40)). Der etwas niedrigere Wert läßt sich damit erklären, daß bei der Messung die Feldänderung an einer Blende mit Phasensprung des E_z -Feldes ausgewertet wurde, der Einfluß der mittleren Blende jedoch unberücksichtigt blieb. Messung und Rechnung weichen um 8% bzw. 2% voneinander ab, Messung und Theorie unterscheiden sich um weniger als 3%. Insgesamt zeigt sich eine gute Übereinstimmung von Messung, Rechnung und theoretischer Vorhersage. Skaliert man die Meßergebnisse nach 29GHz, der Betriebsfrequenz von CLIC, so erhält man Gradienten in der Größenordnung von $0.98\mu\text{s/m}^2$. Das entspricht in etwa 27T/m bei einer HF-Phase von 20° und 80MV/m effektiver Beschleunigungsfeldstärke. Rechnungen von Wilson und Henke [33] an einem Sechszeller ergaben Gradienten im Bereich von 0.9ms/m^2 , abhängig von der Blendengeometrie.

Man kann den Fokussiergradienten in z.B. der y-Richtung verstärken, indem man den Blendendurchmesser in Achsennähe verringert (vgl. Abb. 5.41)). Die sich ergebende Frequenzänderung wird durch eine vergrößerte Blendenöffnung weiter außen kompensiert. Man erkaufte den Gewinn von Fokussierstärke in der einen Richtung mit Verlust in der Orthogonalen. Die angestrebte Quadrupolsymmetrie der Felder geht verloren. Ebenfalls werden die transversalen Wakefelder in dem schmaleren Schlitz größer werden, ein Effekt, der unerwünscht und besonders bei höchsten Frequenzen gefährlich ist.

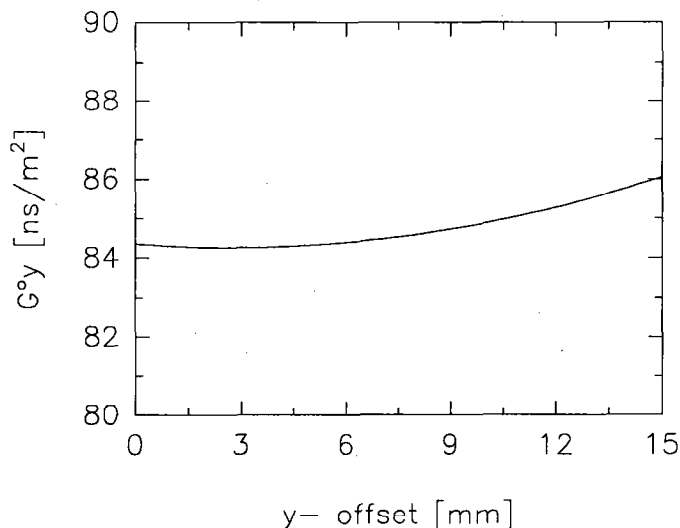


Abb. 5.41) Betrag des normierten Fokussiergradienten in y-Richtung für die modifizierte Schlitzblendenstruktur, berechnet mit MAFIA.

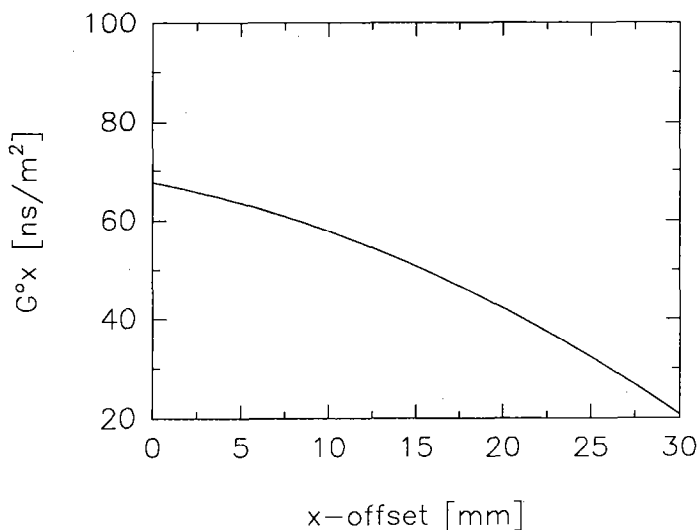


Abb. 5.42) Betrag des normierten Fokussiergradienten in x-Richtung für die modifizierte Schlitzblendenstruktur; berechnet mit MAFIA.

Vom Gesichtspunkt möglichst einfacher Fertigung her betrachtet, könnte es sinnvoll sein, anstelle einer zylindersymmetrischen Struktur mit Schlitzblenden einen rechteckförmigen Resonatorquerschnitt mit gewöhnlichen Rundblenden zu verwenden. Die Tassen können so weitgehend als Drehteil ausgeführt werden; die Iris wird gedreht, die eigentliche Zelle kann mit einem Fräser hergestellt werden [39]. Davon abgesehen, sind die transversalen Wakes in x- und y-Richtung gleich groß und mit denen einer gewöhnlichen Iris identisch. In unserem Beispiel zeigt sich jedoch, daß die mit einer solchen Struktur erzielbare Shuntimpedanz fast 1.9 mal kleiner ist als im Falle einer zylindrischen Grundstruktur, ebenfalls betragen die ermittelten Fokussiergradienten nur rund 66% der Werte der Rechteckblende. Man muß also abwägen, ob der Verlust an Shuntimpedanz und Fokussierstärke durch die einfachere Fertigungstechnik aufgewogen werden kann. Für MWQ's bei höchsten Frequenzen kann das durchaus zutreffen. Durch die Tatsache, daß man im gemischten Betrieb (externe Fokussierung plus MWQ) nur einige Prozent der Beschleunigerlänge mit MWQ's ausstatten muß, relativiert das Problem ebenfalls.

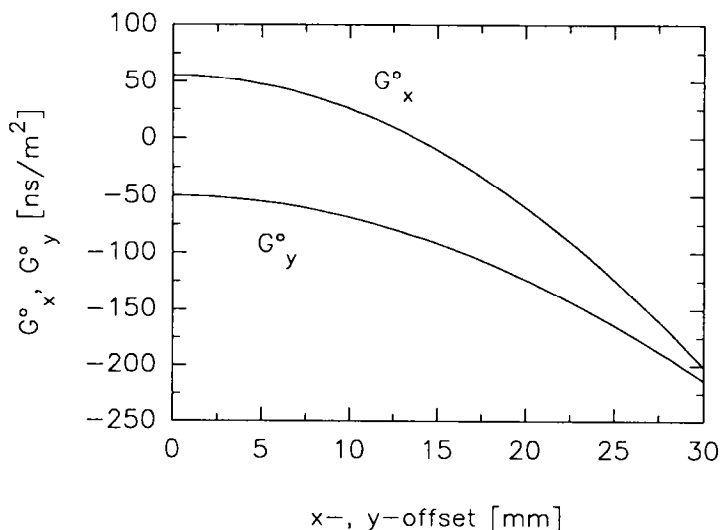


Abb. 5.43) G_x^0 und G_y^0 für den dreizelligen Rechteckresonator mit Rundblenden. Das Verhältnis Breite zu Höhe betrug 1.64; berechnet mit MAFIA.

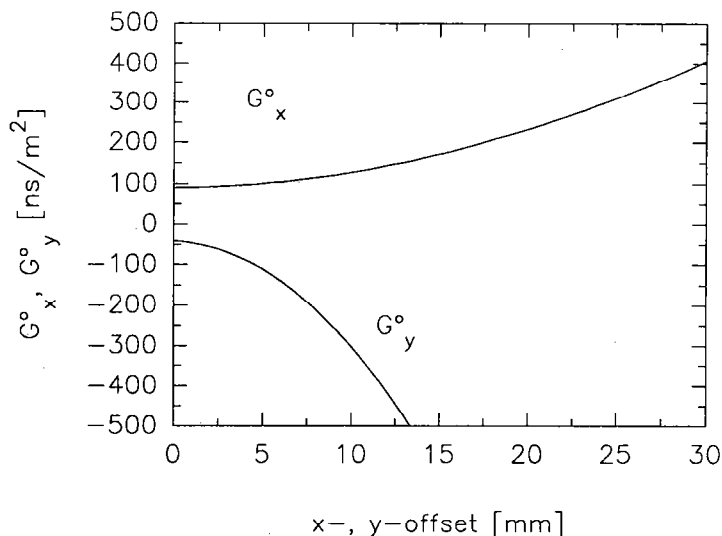


Abb. 5.44) G_x^0 und G_y^0 für den zweiten Rechteckresonator mit modifiziertem Querschnitt. Breite/Höhe = 2.67; berechnet mit MAFIA.

Tabelle 5.2

Vergleich der Kenngrößen der verschiedenen untersuchten MWQ-Strukturen.

	f_0 [GHz]	Q_0 [1]	R_z [$M\Omega$]	G_x^0 [ns/m^2]	G_y^0 [ns/m^2]
Rechteckblende, MAFIA	2.196	6411	1.136	71.3	75.8
Rechteckblende, Messung	2.199	5200	0.974	78.2	77.2
Modifizierte Rechteckblende, MAFIA	2.11	6030	1.22	67.6	84.35
Rechteckresonator I mit Rundblende, MAFIA	2.201	5786	0.599	55.13	50.14
Rechteckresonator II mit Rundblende, MAFIA	2.174	5555	0.337	91.52	45.66

* mit $\Lambda^2 \approx 0.94$ korrigiert.

Tabelle 5.2 stellt noch einmal die Ergebnisse der Rechnungen und Messungen zusammen.

5.6. Bestimmung des transversalen Verlustfaktors

Zur Bestimmung des transversalen Verlustfaktors wurden mehrere Verfahren verwendet. Die numerische Berechnung der TM_{110} - π -Mode erfolgte wiederum mit MAFIA. Die Ergebnisse wurden anschließend mit Hilfe von Störkörpermessungen am Modellresonator verifiziert. Die Felder bzw. die Shuntimpedanz wurden sowohl über die direkte Messung der Frequenzverschiebung als auch nichtresonant durch Messung der durch den Störkörper verursachten Änderung des Transmissionsfaktors bestimmt.

Das gemessene Spektrum der höheren Moden des Dreizellers ist in den Abb. 5.45) und 5.46) zu sehen. Die TM_{110} -0-Mode hat eine Frequenz von 3.27GHz, unmittelbar davor findet man eine weitere dipolartige Mode. Zu höheren Frequenzen wird das Modenspektrum dichter, man findet nun auch höhere Monopolmoden. Die erste Quadrupolmode (TM_{210} -0-Mode) liegt bei 4.4GHz. Die untersuchte HEM_{11} - π -Mode hat eine Frequenz von 4.092GHz.

Zur numerischen Berechnung mit MAFIA wurde der Resonator unter Ausnutzung der vorhandenen Symmetrien als Viertelgeometrie eingegeben. Um dipolartige Lösungen zu erzwingen, war die y-z-Symmetrieebene an der Stelle $x = 0$ als Neumann-Rand und die x-z-Symmetrie an der Stelle $y = 0$ als Dirichlet-Rand vorzugeben. Mit diesen Randbedingungen erhält man die gesuchte π -Mode bei einer Frequenz von 4.0715GHz. Der numerische und der experimentelle Wert liegen damit um weniger als 1% auseinander. Die Resonanzgüte fand MAFIA zu 14770. Der experimentelle Wert liegt bei 11900, das sind ca. 80% des numerischen Ergebnisses.

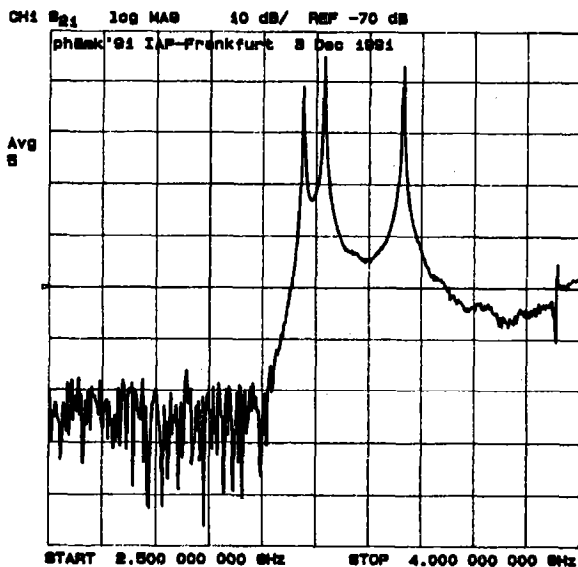


Abb. 5.45) Modenspektrum der dreizelligen Modellstruktur mit Schlitzblenden. Aufgenommen von 2.5GHz bis 4GHz. Die TM_{110} -Mode hat eine Frequenz von 3.27GHz (zweite von links).

Um die transversale Shuntimpedanz angeben zu können, wurde das E_z -Feld für verschiedene y-Ablagen entlang der z-Achse bis zum Blendenrand (17mm) aufintegriert. Die so gewonnenen Datenpunkte wurden mit einem Polynom zweiten Grades verbunden und die transversale Shuntimpedanz bzw. der Verlustfaktor an der Stelle $\omega y = c$ bestimmt. MAFIA Werte für die Shuntimpedanzen enthalten allerdings immer einen Laufzeitfaktor (es wurde $v_T = c$ angenommen), so daß sie nicht direkt mit Störkörpermessungen verglichen werden können. Letztere müssen also entsprechend korrigiert werden.

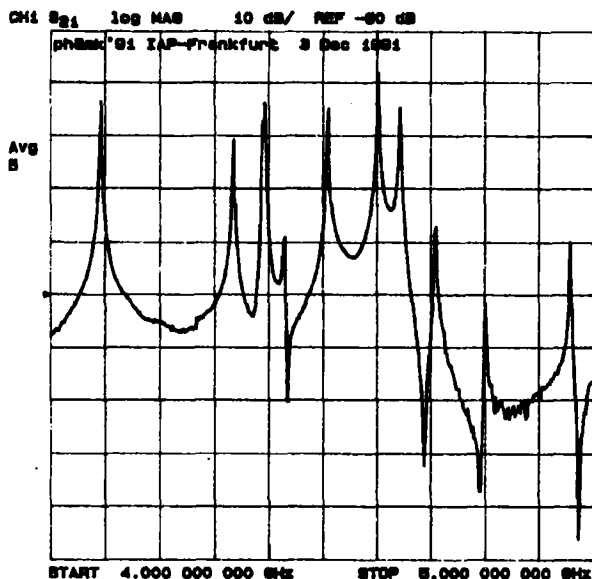


Abb. 5.46) Modenspektrum der dreizelligen Modellstruktur mit Schlitzblenden. Aufgenommen von 4GHz bis 5GHz. Die HEM_{11} - π -Mode findet man bei 4.09GHz (erste Mode von links). Zu höheren Frequenzen wird das Modenspektrum dichter, es treten TM_{0np} -artige Moden hinzu. Die erste Quadrupolmode (TM_{210} -0-Mode) befindet sich bei 4.4GHz.

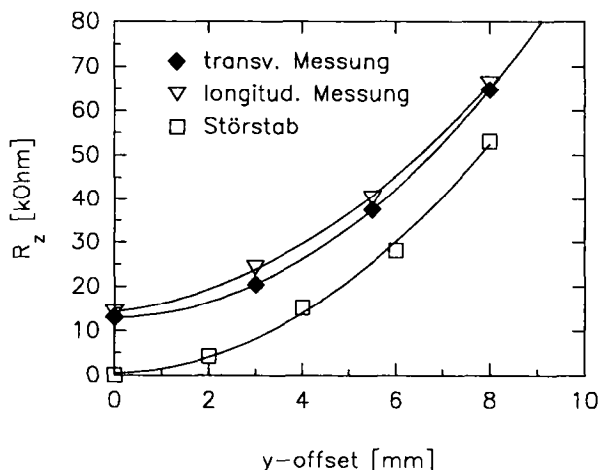


Abb. 5.47) Die longitudinale Shuntimpedanz gegen den y-Achsenabstand aufgetragen. Die Quadrate beziehen sich auf eine Messung mit Hilfe von dünnen keramischen Stäben, Dreiecke geben die Longitudinalmessung (Zwei-Störkörper-Messung) wieder. Die Raute bezeichnet die Transversalmessung [40].

5.6.1. Feldmessung mit Störstäben und verschiedenen Störkörpern

Eine einfach und schnell durchzuführende Meßmethode zur Bestimmung der Shuntimpedanz besteht in der Verwendung von dünnen dielektrischen Stäben mit einer Länge größer der des Resonators. Man erhält eine integrale Feldmessung. Ein solcher Stab besitzt eine große Selektivität für die parallele E-Feldkomponente. Sie kann ungefähr zu $(\epsilon+1)/2$, dem theoretischen Optimum, angenommen werden [41]. Die verwendeten Störstäbe bestanden aus Aluminiumoxid (Al_2O_3) mit $\epsilon = 9.2$. Sie sind also für die parallele Feldkomponente etwa fünfmal empfindlicher als für die transversale. Die eigentliche Messung erfolgt dann durch direkte Messung der Resonanzverschiebung Δf für unterschiedliche Störkörperpositionen. Für die Shuntimpedanz gilt:

$$R_z = \frac{L^2 \Delta f Q_0}{\pi f_0^2 a_z} \quad (5.106)$$

Hierbei ist a_z die Störkörperkonstante des Stabes ($a_z = 5.112 \cdot 10^{-18} \text{Asm}^2/\text{V}$, 0.8mm Durchmesser) und L die Länge der Struktur.

Auf der Achse besitzt die TM_{110} - π -Mode kein longitudinales E-Feld. Dennoch mißt man eine Frequenzverschiebung an dieser Stelle, diese kann als Beitrag der (transversalen) Blendenfelder interpretiert werden. Die longitudinale Shuntimpedanz erhält man dann durch Abziehen dieses transversalen Anteils von den übrigen Messungen. Da aber der transversale Feldanteil ebenfalls vom Meßort abhängt, also nicht konstant ist, wird die Messung umso ungenauer, je weiter man von der Achse weg mißt (Verletzung von $\Delta \cdot \vec{E} = 0$).

Um die longitudinalen von den transversalen Feldkomponenten unterscheiden zu können, wurde das Zwei-Störkörper-Verfahren angewandt. Man geht hier wie folgt vor:

Wegen der endlichen Selektivität eines Störkörpers für die gesuchte Feldkomponente sind mindestens zwei aufeinanderfolgende Messungen mit verschiedenen Störkörpern bekannter Empfindlichkeit nötig. Im allgemeinen ist die Störkörperkonstante a eine tensorielle Größe. Die verwendeten Störkörper sind in guter Näherung Rotationsellipsoide, das bedeutet, nur die Hauptdiagonale ist besetzt.

$$\hat{a} = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_z & 0 & 0 \\ 0 & a_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & a_{\perp} \end{pmatrix} \quad (5.107)$$

In der Störkörperperformel ist daher $\hat{a}E^2 = \sum_v a_v E_v^2$ einzusetzen. Wir verwenden zwei Störkörper mit

$$a_{1\perp} = F_1 a_{1z}, \quad a_{2\perp} = F_2 a_{2z} \quad (5.108)$$

Die Messung erfolgte in Transmission. Aufgrund der Symmetrie des Resonators, haben wir in y-Richtung von der Achse weg zwei Feldkomponenten zu unterscheiden, nämlich die z- und die y-Komponente. Man kann das folgende Gleichungssystem für zwei aufeinanderfolgende Messungen mit unterschiedlichen Störkörpern angeben:

$$A \begin{pmatrix} \frac{\Delta s_{21}^{(1)}}{a_{z1}} \\ \frac{\Delta s_{21}^{(2)}}{a_{z2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & F_1 \\ 1 & F_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{E}_z \\ \tilde{E}_y \end{pmatrix}$$

$$\text{mit } \tilde{E} = \frac{E^2}{P}, \quad A = \frac{(1+k_1+k_2)^2}{4\pi f \sqrt{k_1 k_2}} \quad (5.109)$$

Dabei bezeichnet f die Resonanzfrequenz des Systems. Auflösen von (5.109) nach $\sqrt{\tilde{E}_z}$ für jeden Meßpunkt entlang des Meßpfades und Aufsummieren liefert die longitudinale Shuntimpedanz R_z . Es wurde eine dielektrische Nadel sowie eine Kugel verwendet. Die Störkörper wurden in einem Eichresonator bekannter Geometrie kalibriert. Jeder Impedanz-Meßwert wird aus zwei Einzelmessungen gewonnen.

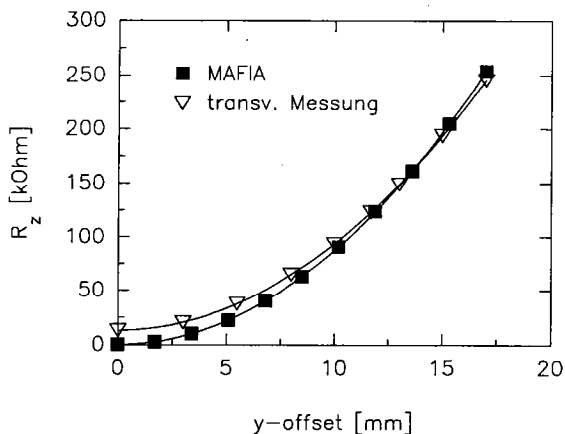
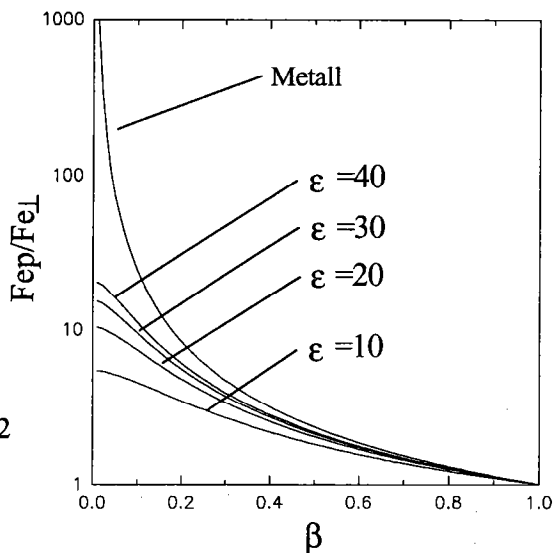


Abb. 5.48) Vergleich der Transversalmessung mit den aus MAFIA erhaltenen numerischen Werten. Die MAFIA Werte sind mit dem Verhältnis aus experimenteller zu numerischer Güte korrigiert [40]



Dielektrika:

Grenzwert: $(\epsilon + 1)/2$

für $\beta \rightarrow 0$

Abb. 5.49) Selektivität von rotationselliptischen Störkörpern im elektrischen Feld für verschiedene Materialien in Abhängigkeit vom Durchmesser-Längenverhältnis β aufgetragen [41].

Schließlich wurde eine dritte Meßmethode angewandt, die für die Vermessung der $\text{HEM}_{11}\text{-}\pi$ -Mode sehr gut geeignet ist. In der Symmetrieebene einer Einzelzelle wurde senkrecht zum Blendenschlitz eine Störkörpermessung ausgeführt (Transmissionsmessung, nichtresonant). Da entlang des Meßweges nur eine longitudinale Feldkomponente existiert, spielt die Form des Störkörpers keine Rolle, er sollte aber, um eine gute Ortsauflösung zu gewährleisten, möglichst klein sein. Es wurde eine dielektrische Kugel mit einem Durchmesser von ca. 1.5mm verwendet. Die longitudinale Feldverteilung wurde anschließend mit einem ungeeichten Störkörper ($l = 8\text{mm}$, Durchmesser 0.05mm, Cu) aufgenommen. Eine Fourieranalyse der gemessenen Feldverteilung ergab eine zu 93% sinusförmige Verteilung, die MAFIA Werte lieferten eine zu 98% sinusförmige Verteilung. Die aus der Messung erhaltene Shuntimpedanz ist damit mit einem Faktor $4/\pi^2$ zu korrigieren (vgl. Abb. 5.50).

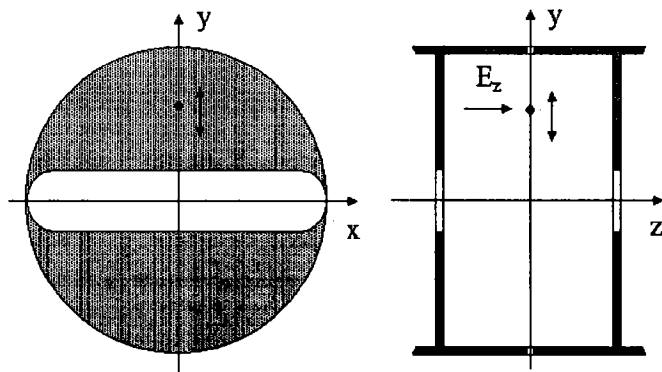


Abb. 5.50) Meßaufbau zur Transversalmessung. Ein geeichter Störkörper wird in der Symmetrieebene quer zum Blendenschlitz durch eine Zelle der Struktur gezogen. Die longitudinale Verteilung des E_z -Feldes wird mit Hilfe eines ungeeichten Störkörpers gemessen und Fourier-analysiert.

Tabelle 5.3 vergleicht die Ergebnisse der numerischen Simulation mit denen der Messung der transversalen Shuntimpedanz. Die experimentellen Werte sind mit dem Transittime-Faktor ($\Lambda^2 = 0.67$) korrigiert.

Tabelle 5.3

HEM₁₁- π -Mode. Vergleich der numerischen und der experimentellen Ergebnisse. Die experimentellen Daten sind mit dem Transitime-Faktor korrigiert ($\Lambda^2 = 0.67$). Mit * gekennzeichnete Werte wurden durch quadratische Extrapolation der Messung an der Stelle $\omega_y = c$, d.h. $y \approx 11.7\text{mm}$, gewonnen.

	f_0 [GHz]	Q_0 [10^3]	R_{\perp} [k Ω]	$\frac{R_{\perp}}{Q_0}$ [Ω]	k_{\perp} [$\frac{\Omega}{s} \cdot 10^{11}$]
MAFIA	4.072	14.77	148.9	10.08	2.579
Messung mit Störstab	4.092	11.9	110 *	9.24	2.377
Transversalmessung	"	"	123	10.34	2.657
Longitudinalmessung mit zwei Störkörpern	"	"	135 *	11.35	2.917

5.7. Beispiele: Hochfrequenzfokussierung für lineare Collider in verschiedenen Frequenzbereichen

Messung und Rechnung der Fokussiergradienten der Rechteckblendenstruktur zeigten eine sehr gute Übereinstimmung. Für die folgende Diskussion der SBBU Bedämpfungsmöglichkeiten sollen die theoretischen Werte zugrunde gelegt werden. Die Einsatzmöglichkeiten von Rundblendenfokussierung werden ebenfalls behandelt.

5.7.1. S-Band Collider

MWQ: Im Design für den von DESY/THD vorgeschlagenen 3GHz-Collider sind als Beschleunigungsfeldstärke 17MV/m vorgesehen. In Verbindung mit einer äußeren Fokussierung läßt sich, wie wir oben gesehen haben, die Sollphase der Hochfrequenz ohne weiteres auf 0° einstellen. Damit erhalten wir für den maximalen Wert der BNS-Dämpfung bei einem Füllgrad von $\eta = 1$ $\text{Ukd}/ds = 10.29\text{GV}/\text{m}^3$.

Die Bunchlänge ist beim DESY/THD-Projekt zu $\sigma = 0.2\text{mm}$ gewählt, daraus folgt $\sigma/\lambda = 0.2\%$. Bei reiner HF-Fokussierung erreicht man mit dieser Wahl der Bunchlänge eine minimal mögliche HF-Phase des Bunchschwer-

punktes von $\Phi_0 = 3.47^\circ$. Das entspricht einer Phase $\Phi_1 = 2.03^\circ$, bzw. $\Phi_2 = 4.91^\circ$. Die zugehörigen Phasenvorschübe sind $\mu_1 = 34.03^\circ$ bzw. $\mu_2 = 90^\circ$. Die Stärke der BNS-Dämpfung folgt damit zu $U_{\text{dk}}/ds = 5.13 \text{ GV/m}^3$ bei einem Füllgrad von $\eta = 0.5$. Das transversale Wakepotential (Dipol-Wakepotential) beträgt für die dort vorgesehenen Strukturen ungefähr $1.04 \cdot 10^{15} \text{ V/Cm}^2$ nach $s = \sigma$ [10]. Wir nehmen an, daß für einen MWQ dieselben Werte gelten. Skaliert man nämlich das Dipol-Wakepotential der untersuchten Struktur nach 3GHz, erhält man lediglich $2.2 \cdot 10^{14} \text{ V/Asm}^{-2}$. Der Grund dafür liegt in der hohen Phasengeschwindigkeit des Modellresonators (6.5% c), die Ladung sieht also weniger Metallfläche und somit schwächere Wakefelder. Für die Ableitung dW_{\perp}/ds findet man ungefähr $22.5 \cdot 10^{15} \text{ V/Cm}^3$. Mit einer Bunchladung von 1.12 nC (vgl. [10]) ergibt das einen Wert von $eNdW_{\perp}/ds = 22.5 \text{ MV/m}^3$. Mit äußerer Fokussierung erreicht man $\Phi_0 = 0^\circ$, damit erhält man bei $\eta = 0.5$ für die BNS-Dämpfung $U_{\text{dk}}/ds = 5.14 \text{ GV/m}^3$. Das bedeutet, ein Füllgrad von 0.11% reicht bereits aus, um die transversalen Wake-Effekte vollständig zu kompensieren.

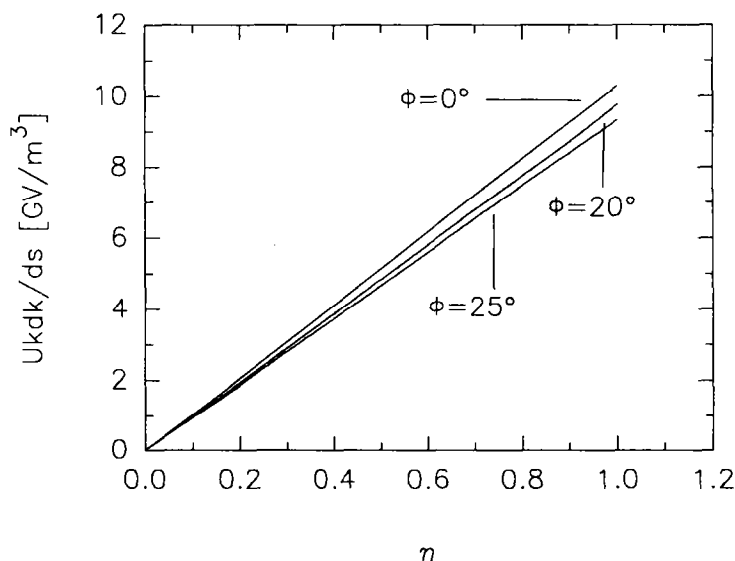


Abb. 5.51) BNS-Dämpfung als Funktion des Füllgrades η für verschiedene HF-Phasen für eine 3GHz Collider-Struktur.

Rundblenden: Die Länge einer Beschleunigersektion ist beim DESY/THD Collider zu 6m vorgesehen. Wir wollen nun eine 1.5m lange fokussierende

Sektion zwischen je drei beschleunigende einfügen. Mit dem optimalen $\Delta\beta = -0.032$ erhält man dann einen Phasenvorschub von ungefähr 40° . Es folgt $2U_{\text{kd}}/ds = 0.22 \text{ GV/m}^3$ (0° HF-Phase mit äußerer Fokussierung). Das liegt bereits einen Faktor 10 über dem zur Kompensation des SBBU benötigten Wert.

Rechnungen [10] zu diesem Problem zeigen, daß auch ohne BNS-Dämpfung der Einzelbunch-Blowup tolerierbar bleibt, darum sind im DESY/THD-Konzept keine Einzelbunch-Dämpfungsmaßnahmen vorgesehen.

Betrachtet man Collider bei niedrigeren Betriebsfrequenzen wie z.B. TESLA (1.3GHz), so wird klar, daß aufgrund der ω^3 -Abhängigkeit der transversalen Wakefelder SBBU-Effekte selbst bei hoher Bunchladung dort ohne Bedeutung sind.

5.7.2. X-Band Collider

MWQ: Als Beispiel für eine X-Band Collider Studie sei das NLC-Projekt am SLAC/Stanford [11] herausgegriffen. Die Betriebsfrequenz liegt bei 11.4GHz, die mittlere Beschleunigungsfeldstärke ist zu 50MV/m vorgesehen. Die Bunchlänge σ soll ca. 0.1mm betragen, was $\sigma/\lambda = 0.4\%$ entspricht. Bei reiner HF-Fokussierung erreicht man eine minimale Phase $\Phi_0 = 6.9^\circ$ mit den zugehörigen Phasen $\Phi_1 = 4.02^\circ$ und $\Phi_2 = 9.78^\circ$. Dazu gehören die Phasenvorschübe $\mu_1 = 32.53^\circ$ bzw. $\mu_2 = 89.92^\circ$. Die BNS-Dämpfung beträgt somit für einem Füllgrad von 50% 214.1 GV/m^3 . Mit äußerer Fokussierung (0° HF-Phase) erreicht man 215.7 GV/m^3 , ebenfalls für diesen Füllgrad.

Mit Hilfe von Faustformeln [1] läßt sich das transversale Wakepotential für eine NLC-Struktur näherungsweise angeben. Unter der Annahme eines linearen Anstiegs des Wakes mit dem Abstand s zum Kopfteilchen und einer Apertur von 8.6mm erhält man $dW_\perp/ds = 9.53 \cdot 10^{18} \text{ V/Asm}^3$ und somit $eNdW_\perp/ds = 13.73 \text{ GV/m}^3$ bei einer Bunchladung von 1.44nC. Hier benötigt man einen Füllfaktor von ca. 1.6% zur Kompensation der Wakes. In diesem Fall sind Single-Bunch Wakefelder noch klein, jedoch nicht mehr vernachlässigbar. NLC ist ein Multibunch-Collider, die Ladung pro Bunch ist geringer, als sie dies in einem Single-Bunch-Collider sein müßte, wenn die Luminosität konstant bleiben soll. Bei den für NLC projektierten Strukturen handelt es sich um sog. Constant-Gradient-Strukturen, bei denen sich die Apertur zum Ende einer Sektion hin verringert, um die beschleunigende Feldstärke konstant zu halten. Die transversalen Wakes skalieren aber mit ca. der dritten Potenz des Kehrwertes des Aperturradius [1], weshalb die Wakes am Ende einer Sektion durchaus deutlich größer sein können. Das skalierte Wakepotential dW_\perp/ds des Modellresonators ist mit ca. 4.35 V/Asm^3 sogar kleiner als das der

NLC-Strukturen. Allerdings ist hier wieder zu bedenken, daß ein Constant-Gradient Beschleuniger mit einem Resonator konstanter Impedanz und gleichzeitig hoher Gruppengeschwindigkeit verglichen wird.

Rundblenden: Rundblenden ergeben (vgl. Kap. 4.5.5) Werte für die BNS-Dämpfung von $2U_{\text{dk}}/ds = 11.3\text{GV/m}^3$ bzw. 21.7GV/m^3 , je nach Wahl der Anordnung der Strukturen. Die Fokussierstärke reicht somit gerade aus, um Einzelbunch Wakes zu kompensieren. Es ist hierbei wieder der Betrieb mit äußerer Fokussierung und 0° Hf-Phase zugrunde gelegt.

5.7.3. K-Band Collider

Die Betriebsfrequenz ist bei CLIC zu 30GHz vorgesehen. Der Collider ist eine Single-Bunch-Maschine. Bei einer Bunchlänge von 0.14mm beträgt $\sigma/\lambda = 1.4\%$, fast das Zehnfache gegenüber dem S-Band-Collider. Ohne äußere Fokussierung erreicht man eine minimale HF-Phase von 22.2° . Nimmt man eine mittlere Beschleunigungsfeldstärke von 100MV/m an, so erhält man bei 50% Füllgrad $U_{\text{dk}}/ds = 1.76\text{TV/m}^3$ bei minimaler Phase, bzw. 1.9TV/m^3 bei 0° HF-Phase. Es existieren numerische Simulationen für CLIC-Prototypstrukturen mit runden Blenden (ca. 4mm Apertur) [42]. Man findet dort $dW_{\perp}/ds = 1.9 \cdot 10^{21} \text{ V/Asm}^3$ (Anwendung der Faustformel liefert ca. $2.2 \cdot 10^{20} \text{ V/Asm}^3$). Mit der Annahme einer Bunchladung von 0.8nC [15] ergeben sich $eNdW_{\perp}/ds = 1.52 \cdot 10^{12} \text{ V/m}^3$. Die BNS-Dämpfung ist also 1.58 mal stärker als zur Kompensation der Wake-Effekte benötigt. Umgekehrt bedeutet das, daß man den Füllgrad auf 32% reduzieren kann. Setzt man Rechteckresonatoren mit runder Apertur anstelle der Schlitzblendenstrukturen ein, so verliert man etwas an Fokussierstärke. Dies kann durch eine Erhöhung des Füllfaktors ausgeglichen werden.

Rundblenden kommen zur Fokussierung bei dieser Frequenz nicht mehr in Frage. Die erreichbare Fokussierstärke im K-Band ist bei ihnen, da nur von der Feldstärke abhängig, zu gering, während sie im MWQ proportional zum Produkt aus Feldstärke und Frequenz ist. Das Einsatzgebiet der Fokussierung mit Rundblenden liegt im Bereich der X-Band Strukturen.

6. Multibunch-Strahlinstabilitäten (MBBU)

Unter Multibunch-Beam-Breakup versteht man die Wechselwirkung zwischen den einzelnen Teilchenpaketen des Strahls und der Beschleunigerstruktur, die zu einer wechselseitigen Anregung von Strukturresonanzen und Schwingungen des Teilchenstrahls führt. Die Konsequenz ist eine Verschlechterung der Strahlqualität bis hin zum Strahlverlust. Es wird zwischen longitudinalem und transversalem BBU unterschieden. Im folgenden wird jedoch nur der transversale BBU in aus vielen Sektionen bestehenden Beschleunigern (kumulativer BBU) behandelt. Es wird ein analytisches Modell zur quantitativen Beschreibung eingeführt, anschließend werden Maßnahmen zur Bekämpfung des MBBU diskutiert und Ergebnisse von Messungen an Modellstrukturen vorgestellt.

6.1. Allgemeine Einführung

Nachdem wir im vorangegangenen Kapitel 5 die Wechselwirkung des Einzelbunches mit dem Beschleuniger diskutiert haben, interessiert uns nun die Wechselwirkung des gesamten Strahls mit dem Resonator. Es sei angenommen, daß SBBU-Effekte keine Rolle spielen, also der Strahl aus starren Makropartikeln aufgebaut ist. Es wird klar, daß die zur Beschreibung von SBBU-Effekten verwendeten Methoden (z.B. Zweiteilchen-Modell und Erweiterungen auf viele Einzelteilchen) auch auf den MBBU angewendet werden können. Wie schon im Falle des Einzelbunches ist die dominierende Mode wieder die HEM_{11} -Hybridmode [43], [44]. Man kann sich den (kumulativen) Mechanismus des Effektes in etwa wie folgt vorstellen:

In einer langen Kette von Beschleunigersektionen liege die HEM_{11} -Mode, angefacht durch das Schrotrauschen der Elektronen des Strahls, schwach angeregt vor. Das erste Teilchenpaket einer Kette von Einzelbunchen erhält von diesem Feld einen schwachen Querimpuls, der bis zum Erreichen der nächsten Sektion eine Strahlablage bewirkt. Die nun vergrößerte Strahlablage ist jetzt für eine stärkeres Anfachen der BBU-Mode in dieser, sowie in allen folgenden Sektionen, verantwortlich. Das zweite Teilchenpaket erhält nun im zweiten Resonator einen wiederum größeren Querimpuls, was zu einer weiter ansteigenden Schwingungsamplitude führt. Schließlich wird die Auslenkung der hinteren Teilchen in der Kette so groß, daß der Strahl auf die Resonatorwand trifft und verlorengeht.

Untersucht man nun die Abhängigkeit der Ablenkung eines Teilchenpaketes N von der zurückgelegten Flugstrecke, so findet man ein Anwachsen der Auslenkung mit der $(N-1)$ -ten Potenz. Dieses Verhalten ergibt sich, weil jedes Makroteilchen N von seinen $N-1$ Vorgängern beeinflusst wird.

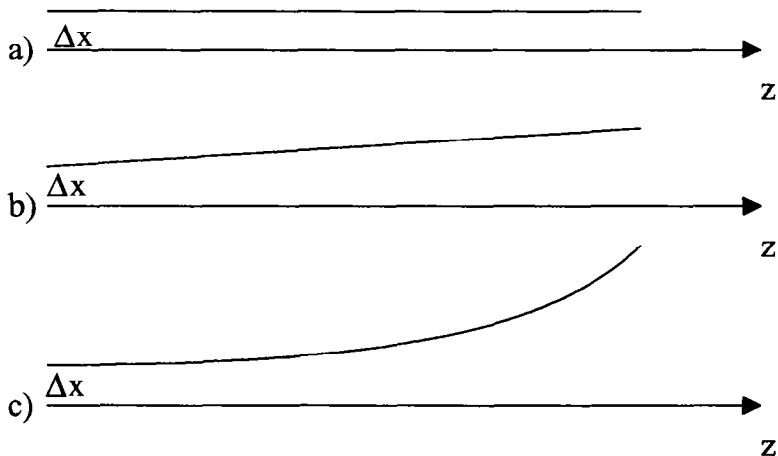


Abb. 6.1) Zum Verständnis des kumulativen BBU. In a) durchquert Teilchenpaket 1 mit einer konstanten Ablage den Beschleuniger. Die radiale Ablage von Teilchenpaket 2 (b)) nimmt dagegen linear mit der zurückgelegten Entfernung im Beschleuniger zu, da sie nur von der Feldamplitude abhängt (vgl. das Zweiteilchen-Modell Kap. 5.1). Die radiale Ablenkung von Teilchenpaket 3 wächst jetzt schon quadratisch mit der Flugstrecke, da die Feldamplitude in den Resonatoren wegen der Flugbahn von Teilchenpaket 2 nun linear ansteigt (c)). Allgemein beobachtet man bei N Teilchenpaketen, die mit den gleichen Anfangsbedingungen (Ablage Δx , kein Transversalimpuls) in den Beschleuniger eintreten, ein Ansteigen der Ablenkung mit der $(N-1)$ -ten Potenz der Flugstrecke.

Ein Aufschwingen des Strahls und damit ein drohender Strahlverlust kann also nur dadurch verhindert werden, daß man durch geeignete Maßnahmen die Stärke der Ablenkungskräfte, die auf ein Teilchenpaket in der Kette wirken, verringert.

6.2. Maßnahmen gegen MBBU

Ein den Beschleuniger mit Achsenablage durchquerender Strahl erzeugt im Resonator eine Spannung, die im Abstand $kr = 1$ von der Strahlachse proportional zur transversalen Shuntimpedanz R_{\perp} ist.

$$R_{\perp} = \frac{(EAL)^2}{P} \quad (6.1)$$

Ersetzen wir in (6.1) die Verlustleistung P durch die Resonatorgüte, so finden wir:

$$R_{\perp} \propto Q \frac{E^2}{W} \quad (6.2)$$

Die im Feld gespeicherte Energie W ist aber ebenfalls proportional zum Quadrat der elektrischen Feldstärke, so daß

$$R_{\perp} \propto Q \quad (6.3)$$

Damit liegt der Schluß nahe, daß Maßnahmen zur Verringerung der Resonatorgüte der gefährlichen höheren Moden notwendig sind. Eine Möglichkeit, dies zu erreichen, besteht darin, die Frequenz der BBU-Mode in einer langen Beschleunigerstruktur von Zelle zu Zelle zu variieren, während die Frequenz der Beschleunigermode konstant gehalten wird (Detuned Structure). Die Gesamtgüte des Systems für den betreffenden BBU-Typ verringert sich dann durch Verteilung der Resonanzen über ein breites Frequenzband [45].

Die Wakepotentiale einer ultrarelativistischen Punktladung sind (vgl. Kap. 4.5) in Achsennähe proportional zu:

$$W_z(s \approx 0), \vec{W}_{\perp}(s \approx 0) \propto \frac{R_{\perp}}{Q} \quad (6.4)$$

Dämpfungsmaßnahmen verändern jedoch dieses Verhältnis nur wenig, so daß die Größe der Wakepotentiale durch Dämpfungsmaßnahmen nicht geändert wird. Dies ist einleuchtend, sind die Wakepotentiale doch Folge von Spiegel-ladungen in der Resonatorwand, hervorgerufen von der die Struktur durchquerenden Ladung. Die Entstehung der Wakepotentiale wird durch eine Bedämpfung der Beschleunigerstruktur nur sehr unwesentlich beeinflusst, jedoch bedeutet eine geringe Resonatorgüte ein schnelleres Abklingen der Mode. Damit ist:

$$W_z(s), \vec{W}_{\perp}(s) \propto \exp\left(-\frac{k}{2Q}s\right) \quad (6.5)$$

Der Dämpfungseffekt stellt sich also dadurch ein, daß bis zum Eintreffen des Folgebunches die Wakefelder auf hinreichend kleine Werte abgesunken sind. Allerdings können Dämpfungsmaßnahmen für höhere Moden gleichzeitig auch die Grundmode beeinflussen. Ihre Güte und Shuntimpedanz sinkt. Beim Design eines Dämpfungssystems muß dieser Tatsache Rechnung getragen werden.

6.3. Matrixdarstellung des kumulativen BBU in einem Linearbeschleuniger

Zur Beschreibung der Teilchendynamik einer Kette sich gegenseitig beeinflussender Teilchenpakete in einem Linearbeschleuniger läßt sich, wie schon im Fall eines einzelnen Teilchenpaketes (vgl. Kap. 5.1.4), ein Matrixformalismus verwenden. Wir betrachten wieder eine Kette von Beschleuniger- und Transportsektionen, die zusammen den Beschleuniger bilden.

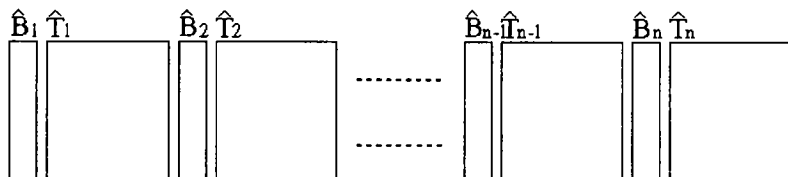


Abb. 6.2) Matrix-Darstellung eines Linearbeschleunigers. Die Beschleunigersektionen werden durch dünne Linsen beschrieben (Matrizen \hat{B}). Zwischen ihnen befinden sich Elemente einer geeigneten Strahlführung, die in ihrem Abbildungsverhalten durch die Transportmatrizen \hat{T} beschrieben werden.

Um auf die Impulsänderung eines Teilchens beim Durchqueren einer Beschleunigersektion schließen zu können, müssen wir wieder die Wakepotentiale betrachten. Da wir hier aber im Gegensatz zum einzelnen Teilchenpaket größere Abstände s zulassen, muß das Abklingen einer Störmode jetzt mitberücksichtigt werden. Wir erhalten:

$$W_z(r, r', s) = \sum_{v=1}^{\infty} \frac{\omega_v}{2} \left(\frac{R_{\perp v}}{Q_v} \right) (k_v r') (k_v r) \exp\left(-\frac{k_v}{2Q_v} s\right) \cos\left(\frac{\omega_v}{c} s\right) \quad (6.6)$$

in [V/As] für Abstände $s > 0$ und entsprechend das transversale Wakepotential

$$\vec{W}_{\perp}(r, r', s) = \sum_{v=1}^{\infty} \frac{\omega_v}{2} \left(\frac{R_{\perp v}}{Q_v} \right) (k_v r') \exp\left(-\frac{k_v}{2Q_v} s\right) \sin\left(\frac{\omega_v}{c} s\right) \quad (6.7)$$

ebenfalls in [V/As] und $s > 0$.

Das m -te Teilchenpaket in einer Kette von N gleichen Bunchen der Ladung q erfährt nun einen transversalen Impulsgewinn, der sich aus den Wirkungen aller $m-1$ vorangegangenen Ladungen ergibt:

$$\Delta \vec{P}_\perp^m = \frac{Ze^2}{c} \sum_{i=1}^{m-1} \vec{W}(r', s_i), \quad s_i = \sum_{k=i}^{m-1} s_k \quad (6.8)$$

wobei s_k der Abstand zwischen den Bunchen und Z die Teilchenzahl pro Bunch ist. Die Herleitung ist nun ganz ähnlich der des Zwei-Teilchen-Modells. Es ist jetzt aber zusätzlich das betrachtete Teilchen m aus der Kette zu indizieren, wobei $m = 2, 3, \dots, N$. Wir erhalten damit:

$$\hat{x}_{n+1}^m = \prod_{j=1}^n \hat{U}_j^m \hat{x}_1^m + \sum_{j=1}^n \left(\prod_{k=j+1}^n \hat{U}_k^m \right) \hat{T}_j^m \hat{v}_j^m \quad (6.9)$$

dabei ist:

$$\hat{U}_j^m = \hat{B}_j^m \hat{T}_j^m, \quad \hat{x}_1^m = \begin{pmatrix} x_1 \\ x'_1 \end{pmatrix}^m, \quad \hat{v}_j^m = \left(\frac{\Delta P_{\perp j}}{P_j} \right)^m \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (6.10)$$

Die P_j sind wieder die longitudinalen Impulse in der jeweiligen Sektion.

Man erkennt, daß die so gewonnene Gleichung eine Lösung für die Teilchenbewegung vorgibt, die rekursiv von den Anfangsbedingungen der vorangegangenen Teilchenpakete abhängt. Analytische Abschätzungen sind in diesem allgemeinen Fall nicht möglich.

6.4. Stark bedämpfte Wakes, Daisy-Chain-Modell

Unter der folgenden Annahme läßt sich aus (6.5) eine analytische Abschätzung herleiten [46]:

Die Wakefelder seien durch geeignete Maßnahmen so stark bedämpft, daß jedes Teilchenpaket lediglich das Wakefeld des unmittelbar vor ihm fliegenden sieht, eine Beschleunigung wird nicht berücksichtigt.

Das bedeutet, alle Teilchen mit $m \geq 2$ sehen ein Wakefeld gleicher funktionaler Abhängigkeit von der Auslenkung des vorausfliegenden Teilchens. Wir haben nun also wieder eine Gleichung der Form (5.10) vorliegen. Wir überführen die Matrixgleichung in eine Differentialgleichung, indem wir die zweite Ableitung durch Differenzbildung Δx_m und Division durch L annähern.

$$\frac{d^2}{dz^2} x_m + k_\beta^2 x_m = \frac{Ze^2}{m_0 \gamma c^2 L} \vec{W}_\perp(s) \quad (6.11)$$

Die rechte Seite von (6.6) wird umgeschrieben:

$$\frac{\ddot{W}_\perp(s)}{L} = \frac{\omega^2 r_\perp}{c Q} \exp\left(-\frac{\omega s}{2cQ}\right) \sin\left(\frac{\omega s}{c}\right) x = W_x(s) x \quad (6.12)$$

Wir berücksichtigen nur die wichtigste Störmode. Damit erhält man die folgende DGL für die Bewegung des m-ten Bunches:

$$\frac{d^2}{dz^2} x_m + k_\beta^2 x_m = \frac{Z e^2}{m_0 \gamma c^2} W_x(s) x_{m-1} \quad (6.13)$$

Zur Lösung der Gleichung machen wir den Ansatz:

$$x_m(z) = a_m(z) \exp(ik_\beta z) \quad (6.14)$$

Durch sukzessives Einsetzen bekommt man einen Ausdruck für die Auslenkung eines Teilchenpaketes in Abhängigkeit von der zurückgelegten Strecke im Beschleuniger und unter Vernachlässigung kleiner Größen zweiter Ordnung. Dabei ist die Anfangsablage zu $a_1(z) = \hat{x}$ angenommen:

$$a_m(z) = \hat{x} \sum_{m=1}^N \left(-i \frac{Z e^2}{m_0 \gamma c^2} \frac{W_x(s)}{2k_\beta} z \right)^{m-1} \frac{1}{(m-1)!} \quad (6.15)$$

Die Lösung ist also eine Reihe vom Typ

$$S_m = \sum_{m=1}^N \frac{(i\alpha)^{m-1}}{(m-1)!} \quad (6.16)$$

Damit die Reihe konvergiert, muß für alle $m \geq 1$ gelten:

$$\left(\frac{Z e^2}{m_0 \gamma c^2} \frac{W_x(s)}{2k_\beta} z \right) < 1 \quad (6.17)$$

Für minimalen Blowup muß also die Bedingung (6.17) eingehalten werden. Eine Resonatorstruktur, die im Multibunch-Betrieb eingesetzt werden soll, muß daher bezüglich der wichtigsten BBU verursachenden Moden hinreichend stark bedämpft sein. Dabei sind diejenigen Verfahren vorzuziehen, die bei starker Bedämpfung der Störmoden gleichzeitig die Beschleunigermode unbeeinflusst lassen, um die nutzbare Beschleunigungsfeldstärke nicht zu verringern. Unter Umständen ist zum Erreichen der notwendigen Störmodenunterdrückung auch eine Kombination der verschiedenen Dämpfungsverfahren notwendig [10].

6.5. MWQ-Struktur mit HOM-Dämpfern

Die Möglichkeiten zur Bedämpfung höherer Resonatormoden wurden am Beispiel der Rechteckblendenstruktur untersucht. Insbesondere wurde die wichtigste Störmode, nämlich die $\text{HEM}_{110}\text{-}\pi$ -Mode, vermessen. Es bieten sich dabei zwei Methoden an: Zum einen kann man an die Blendenfelder dieser Mode ankoppeln. Das geschieht durch auf zwei Seiten quer über die Blende in der Resonatorwand angebrachte Schlitze. Zum anderen kann man direkt an das Magnetfeld der Mode in der Zellenmitte ankoppeln, was wiederum mit Hilfe von Schlitzen, diesmal quer zur Resonatorachse, realisiert wird. Wegen der höheren Feldstärken am Ort der Auskopplung ermöglicht das letztere Verfahren deutlich größere Koppelfaktoren.

Da das Spektrum der höheren Moden mit zunehmender Zellenzahl schnell dichter wird und Modenüberlappung auftritt, wurde das Prinzip der Bedämpfung an maximal zweizelligen Strukturen untersucht.

6.5.1. Messung der Dämpfungsfaktoren mit Hilfe der nichtresonanten Störkörpermethode

Die nichtresonante Störkörpermethode [47],[48] erlaubt es, durch Messung des Reflexionsfaktors an einem Eingang einer beliebigen Kavität, auf die Felder in ihrem Inneren zu schließen. Hierzu ist keine Resonanz in der Kavität nötig. Im Gegensatz zu der oben beschriebenen resonanten Methode interessiert man sich nicht für das Verhalten des Reflexionsfaktors bei kleiner Verstimmung der Resonanz, sondern läßt die Wahl einer beliebigen Betriebsfrequenz zu. Das bedeutet, man kommt völlig ohne Resonanz aus. Das Verfahren ist deshalb für Messungen an stark bedämpften Resonatormode sehr gut geeignet. Die steelesche Ableitung [47] soll hier nicht nachvollzogen werden, das Ergebnis läßt sich nämlich auch einfach aus der schon oben beschriebenen Störkörpertheorie (vgl. Kap. 5.4) herleiten. Dort hatten wir gefunden:

$$\Delta\Gamma = -i \frac{2k}{(1+k)^2} \frac{\omega_n}{P} a |E_n|^2 \quad (6.18)$$

Da die in der Kavität verbrauchte Leistung P im gedämpften Resonator von der im ungedämpften verbrauchten verschieden ist, wollen wir $\Delta\Gamma$ auf eine während des Experiments konstante Größe, nämlich die einfallende Senderleistung P_{inc} , beziehen. Dabei gilt:

$$P = P_{\text{inc}} (1 - \Gamma^2) \quad (6.19)$$

Der Reflexionsfaktor steht mit dem Koppelfaktor in folgendem Zusammenhang:

$$\Gamma = \frac{1-k}{1+k} \quad (6.20)$$

Daraus folgt aber, daß

$$1 - \Gamma^2 = \frac{4k}{(1+k)^2} \quad (6.21)$$

Berücksichtigt man noch, daß man mit einem Störkörper nur Effektivwerte der Felder mißt, erhält man schließlich die gesuchte Störkörperformel:

$$2P_{\text{inc}}\Delta\Gamma = -i\omega_n a |E_n|^2 \quad (6.22)$$

Die Shuntimpedanz berechnet sich damit wie folgt:

$$R = \frac{2 \left\{ \int_0^L \sqrt{|\Delta\Gamma|} dz \right\}^2}{\omega_n a (1 - |\Gamma|^2)} \quad (6.23)$$

Das Verhältnis des Quadrats der Feldstärken im ungedämpften und im gedämpften Fall ist ein Maß für den Koppelfaktor K des Dämpfungssystems [19]. Daher ist es nicht notwendig, die Eichkonstante a des Störkörpers zu kennen. Benutzt man zwei verschiedene Störkörper, so muß natürlich ihre Eichkonstante relativ zueinander bekannt sein. Die "Resonanz" ω_g der gedämpften Struktur findet man durch Suchen nach dem Maximum von $|\Delta\Gamma_g|$.

$$\frac{E_u^2}{E_g^2} = \frac{\omega_g |\Delta\Gamma_u|}{\omega_u |\Delta\Gamma_g|} = 1 + K \quad (6.24)$$

Abhängig von der Güte der ungedämpften Struktur kann man auch die folgende Formel verwenden:

$$\frac{E_u^2}{E_g^2} = \frac{\omega_g Q_0 \left(1 - |\Gamma_u|^2 \right) \frac{f_0^2 - f^2}{f^2}}{2\omega_u |\Gamma_g|^2} = 1 + K \quad (6.25)$$

Dabei sind f_0 und f die Resonanzen vor und nach Einbringen des Störkörpers.

Der Dämpfungsfaktor $K + 1$ kann mit Hilfe der Gleichung (3.18) mit der Resonatorgüte im gedämpften und ungedämpften Fall in Verbindung gebracht werden. Es ist dabei aber zu beachten, daß sich bei starker Bedämpfung die Feldgeometrie in der Kavität ändert. Darum gilt (3.18) nur näherungsweise.

6.5.2. HOM-Dämpfung durch Ankopplung an das Magnetfeld der Mode

Zur Untersuchung der Möglichkeiten, eine Resonatorstruktur bezüglich ihrer höheren Moden, das heißt besonders bezüglich der HEM_{11} - π -Mode, zu bedämpfen, wurde zunächst ein einzelliger Resonator herangezogen [49]. Zur Ankopplung an das Magnetfeld der Dipolmode sind Schlitze in der Seitenwand angebracht. Die Frequenz der TM_{010} -Mode liegt bei dem gewählten Innendurchmesser (112mm) bei ca. 2.05GHz. Die Schlitzbreite ist gleich groß wie die Breite der angeflanschten Hohlleiter mit Anpassungsstücken.

Bei 6cm Hohlleiterbreite ergibt sich eine Grenzfrequenz von 2.498GHz, sie liegt also oberhalb der Frequenz der Grundmode. Auf diese Weise koppelt die Grundmode nicht in den Hohlleiter ein, und man erreicht eine sehr harte Ankopplung an die Dipolmode. Die Güte der Grundmode wird aber um so mehr abnehmen, je stärker man die Störmode bedämpft. Hier muß ein Kompromiß gefunden werden.

Tabelle 6.1

Ergebnisse der Messung an der TM_{110} -Mode.

	f_0 [GHz]	Q_0	R_{\perp} [k Ω]	r_{\perp}/Q [k Ω /m]
Theorie	3.27	10245	691	1.65
Experiment	3.23	6410	424	1.62

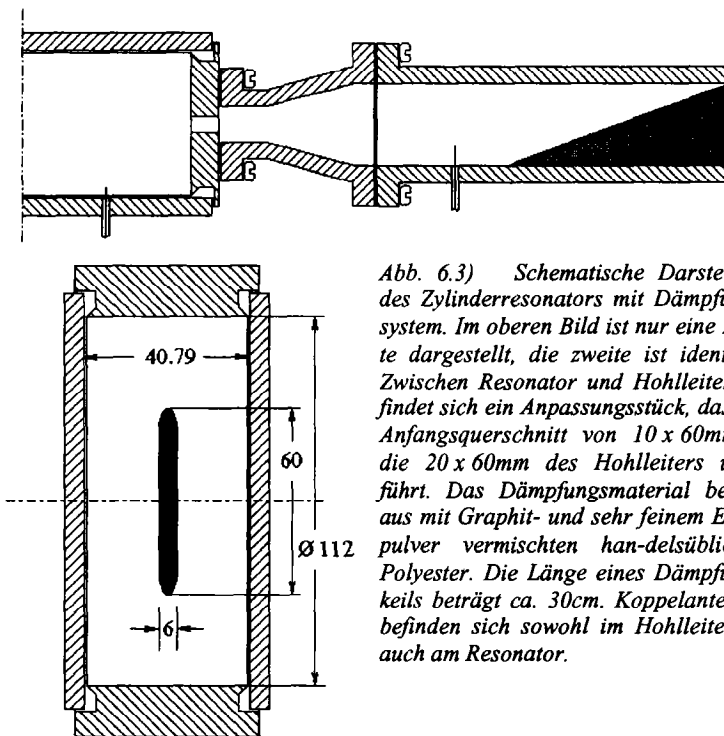


Abb. 6.3) Schematische Darstellung des Zylinderresonators mit Dämpfungssystem. Im oberen Bild ist nur eine Hälfte dargestellt, die zweite ist identisch. Zwischen Resonator und Hohlleiter befindet sich ein Anpassungsstück, das den Anfangsquerschnitt von $10 \times 60\text{mm}$ in die $20 \times 60\text{mm}$ des Hohlleiters überführt. Das Dämpfungsmaterial besteht aus mit Graphit- und sehr feinem Eisenpulver vermischten handelsüblichem Polyester. Die Länge eines Dämpfungskeils beträgt ca. 30cm. Koppelantennen befinden sich sowohl im Hohlleiter als auch am Resonator.

Als erstes wurden die Koppelschlitze zur Messung der Eigenschaften des ungedämpften Resonators mit Hilfe von geeigneten Messingplatten verschlossen. Anschließend wurden die Resonatorkenngrößen bestimmt, insbesondere die transversale Shuntimpedanz der TM_{110} -Mode. Die Messung wurde mit Hilfe einer Störkörpermessung (dünner dielektrischer Stab $\varnothing 0.5\text{mm}$, Al_2O_3 , $\epsilon_r = 9.2$) durchgeführt. Die Eichung des Stabes erfolgte mit Hilfe eines Eichresonators genau bekannter Geometrie.

In Tabelle 6.1 finden sich die Ergebnisse der Messung an der ungedämpften TM_{110} -Mode. Man sieht eine gute Übereinstimmung zwischen theoretischen (analytisches Modell) und experimentellen Ergebnissen für diese Mode. Die transversale Shuntimpedanz pro Längeneinheit ergibt sich zu:

$$r_{\perp} = 10.4 \frac{\text{M}\Omega}{\text{m}} \quad (6.26)$$

Nach der Montage des Dämpfungssystems wurden die Messungen wiederholt. Der Durchmesser des Störstabes mußte auf 2mm vergrößert werden, da die Feldstärke stark abgenommen hatte.

Bei der Messung ist der Ort der Einkoppelantenne von einiger Bedeutung. Als günstige Wahl erwies sich die Einkopplung in den Hohlleiter (vgl. Abb. 6.3)). Man kann die Antenne nämlich groß genug machen, um für die Messung genügend hohe Feldpegel in der Struktur zu erzielen, ohne jedoch die Feldgeometrie zu stören. Abb. 6.4) zeigt den Vergleich zwischen direkter Einkopplung in die Kavität (15mm Antennenlänge) und Hohlleiterankopplung mit der gleichen Antenne.

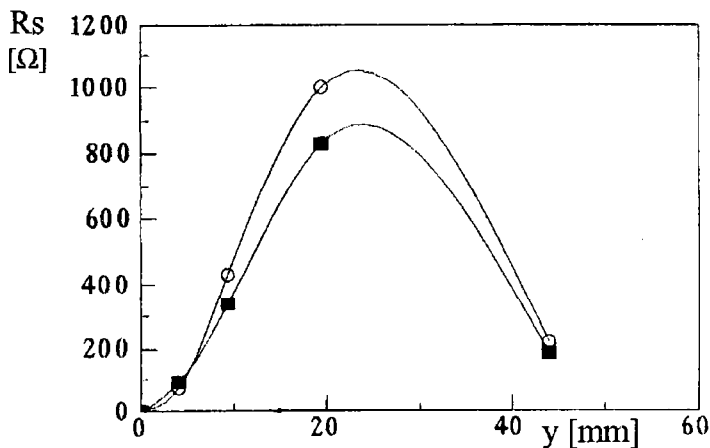


Abb. 6.4) Vergleich der direkten Einkopplung in den Resonator (Kreise) mit der Hohlleiterankopplung (Rechtecke). Aufgetragen ist die longitudinale Shuntimpedanz in Abhängigkeit von der Achsenablage. Antennenlänge in beiden Fällen 15mm.

Tabelle 6.2

Longitudinale Shuntimpedanz gegen den Achsenabstand aufgetragen.

y-Position [mm]	R [Ω] (direkt)	R [Ω] (Hohlleiter)
4.1	73	91
9.2	430	339
19.3	1000	830
44	220	184

Man erhält damit mit angeflanschten Dämpfern eine transversale Shuntimpedanz pro Längeneinheit von:

$$r_{\perp} = 19.1 \frac{k\Omega}{m} \quad (6.27)$$

Daraus folgt ein $k+1$ von

$$\frac{r_{\perp n}}{r_{\perp g}} \approx 550 \quad (6.28)$$

da $r_{\perp} \propto E^2$ ist.

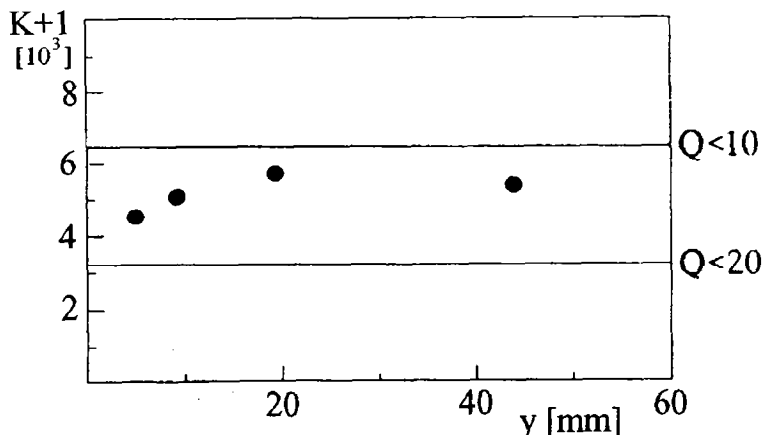


Abb. 6.5) Dämpfungsfaktor $k+1$ aufgetragen gegen die Achsenablage

Drückt man die Ergebnisse durch die gedämpfte Resonatorgüte aus, so erhält man Werte zwischen $Q = 11$ und $Q = 14$, verursacht durch den Einfluß des Koppelsystems auf die Feldgeometrie. Vergleicht man die Ergebnisse mit Messungen nach der sogenannten Slater-Methode [50], so zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse.

Um ein realistischeres Modell einer MWQ-Struktur auf seine Eigenschaften bezüglich der HOM-Bedämpfung hin untersuchen zu können, wurde ein zweizelliger Resonator gebaut. Auf diese Weise geht die Rechteckblende mit ein. Diese polarisiert nämlich die Dipolmode dergestalt, daß nur diejenige Polarisation, die ihr maximales Magnetfeld parallel zum Blendenschlitz hat, ausbreitungsfähig ist. Die zweite (90° -) Polarisation existiert nicht. Man kann nun wieder durch Anbringen von Wandschlitz an das Magnetfeld der Mode an-

koppeln und ihre Leistung mittels eines TE_{10} -Rechteckhohlleiters in einen Wellensumpf leiten.

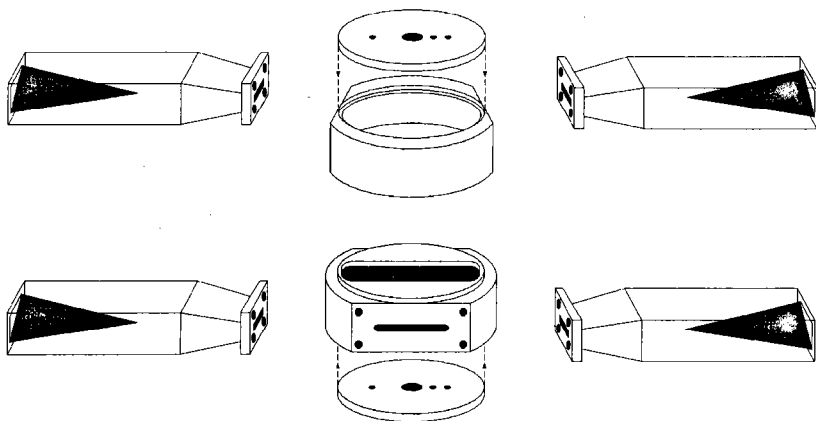


Abb. 6.6) Aufbau der HOM-gedämpften zweizelligen Struktur. An jede Zelle sind zwei mit Dämpfungsmaterial gefüllte Hohlleiter (Al) angebracht. Die Zellen sind 90° gegeneinander gedreht. Sie sind aus Messing (MS58) gedreht, der Blendenschlitz ist gefräst. Die Blendenhöhe beträgt 34mm. Die übrigen Abmessungen stimmen mit denen des dreizelligen MWQ-Resonators überein.

Tabelle 6.3

Ergebnisse für die HEM_{110} - π -Mode, gemessen am ungedämpften Resonator.

f [GHz]	Q_0	R_\perp [k Ω]	r_\perp/Q [Ω/m]
3.393	7140	395	639

Zur Messung wurde wieder ein Störstab von 0.5mm Durchmesser verwendet. Die Shuntimpedanz wurde über eine direkte Messung der Frequenzverschiebung bestimmt. Mit einer Nullmessung auf der Resonatorachse wurden die transversalen Blendenfelder bestimmt. Die nachfolgenden Messungen wurden dann um jeweils diesen Wert korrigiert (vgl. Kap. 5.6).

Die Frequenz der TM_{010} -0-Mode ist mit 2.055GHz gegenüber dem theoretischen Wert für die Einzelzelle von 2.049GHz kaum verschoben.

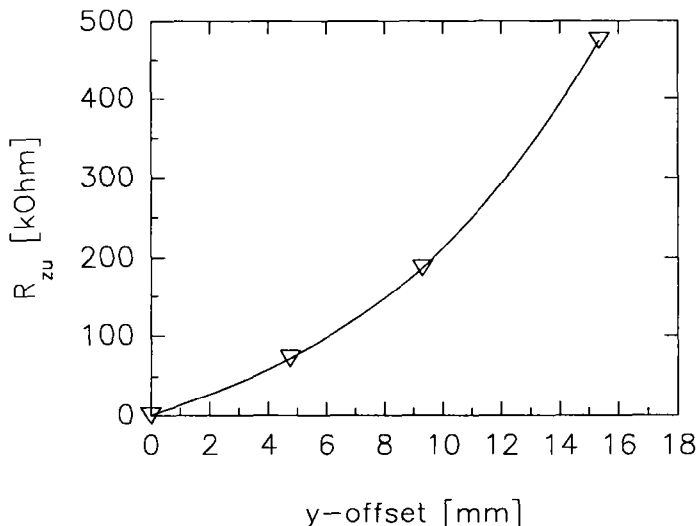


Abb. 6.7) Die ungedämpfte longitudinale Shuntimpedanz der $HEM_{110}-\pi$ -Mode gegen die Achsenablage aufgetragen. Gemessen wurde in Richtung des maximalen elektrischen Feldes (senkrecht zum Blendenschlitz).

Anschließend wurden die Blendenabdeckungen entfernt und die Dämpfer mit den Anpassungsstücken montiert. Die Frequenz der TM_{010} -0-Mode nahm dabei um 32MHz auf 2.023GHz ab. Ihre Güte nahm aufgrund der Störung des Stromflusses durch die Koppelschlitz um ca. 10% auf $Q = 5800$ ab.

Die Resonanzspitzen der beiden Dipolmoden sind zu einem einzigen breiten Plateau zusammengewachsen, ihre Amplitude ist jetzt deutlich geringer als vorher (vgl. Abb. 6.5). Zur Bestimmung der Shuntimpedanz wurde jetzt ein 2mm dicker Störstab aus Aluminiumoxid verwendet. Die Leistung wurde wieder in einen der Hohlleiter eingekoppelt. Die Antennenlänge betrug wieder 15mm. Zunächst wurde eine Nullmessung auf der Resonatorachse durchgeführt, danach die Messungen für die verschiedenen Achsenabstände. Die Abbildungen 6.6) - 6.8) zeigen den Verlauf der Betragsdifferenz des Reflexionsfaktors für verschiedene Abstände von der Resonatorachse.

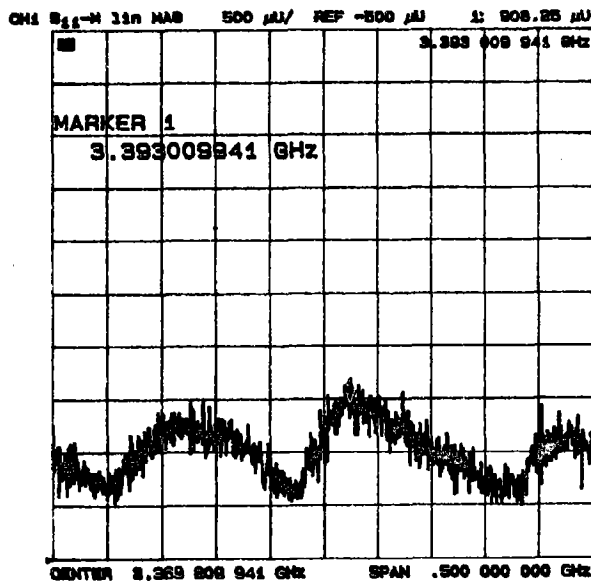
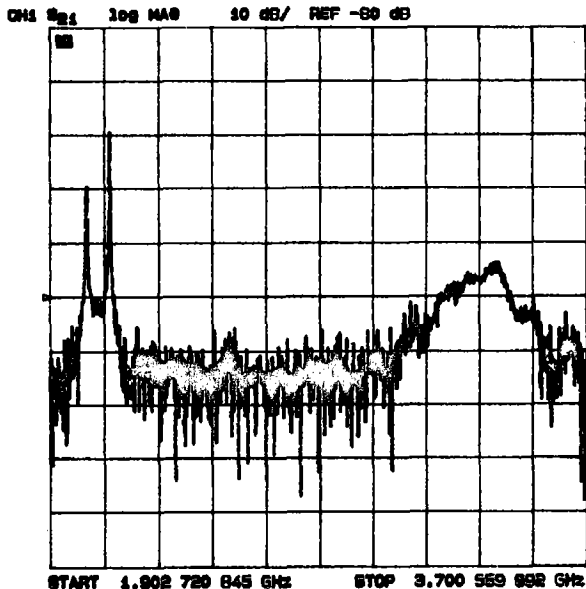


Abb. 6.8) Modenspektrum der zweizelligen Rechteckblendentrucktur mit angeflanschten Hohlleitern. Links im Bild erkennt man die beiden TM_{010} -Moden. Durch die Bedämpfung ist die Resonanz der Grundmode auf 2.023GHz gesunken, ihre Güte beträgt $Q = 5800$. Am rechten Bildrand sieht man die beiden Dipolmoden überlagert.

Abb. 6.9) Messung der longitudinalen Shuntimpedanz im gedämpften Fall. Die Messung erfolgt über die Aufnahme der Änderung des Eingangsreflexionsfaktors an der Einkoppelstelle. Der Achsenabstand beträgt 16.1mm. Ankopplung im Hohlleiter.

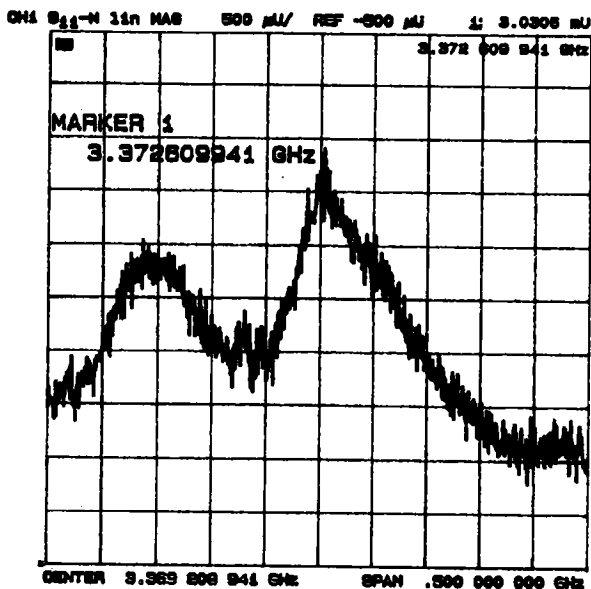


Abb. 6.10) Messung der longitudinalen Shuntimpedanz im gedämpften Fall. Hohlleitereinkopplung. Der Achsenabstand beider Messungen beträgt 10.05mm.

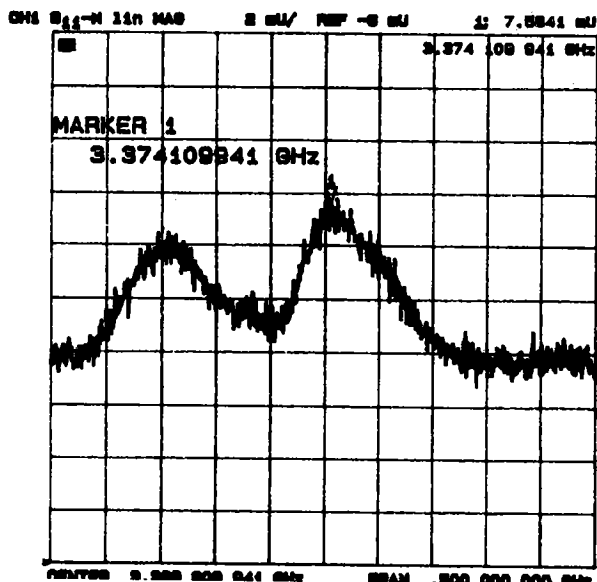


Abb. 6.11) Messung der longitudinalen Shuntimpedanz im gedämpften Fall. Hohlleiterankopplung. Achsenabstand 16.1mm.

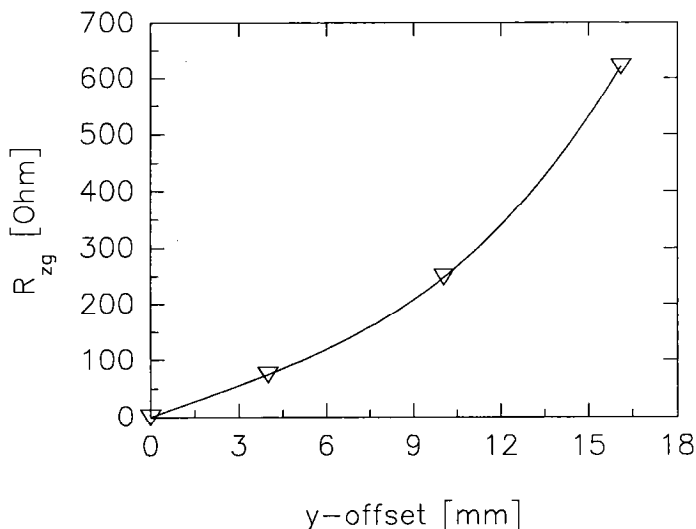


Abb. 6.12) Die gedämpfte longitudinale Shuntimpedanz der $HEM_{110}\text{-}\pi$ -Mode. Gemessen wurde in Richtung des maximalen elektrischen Feldes.

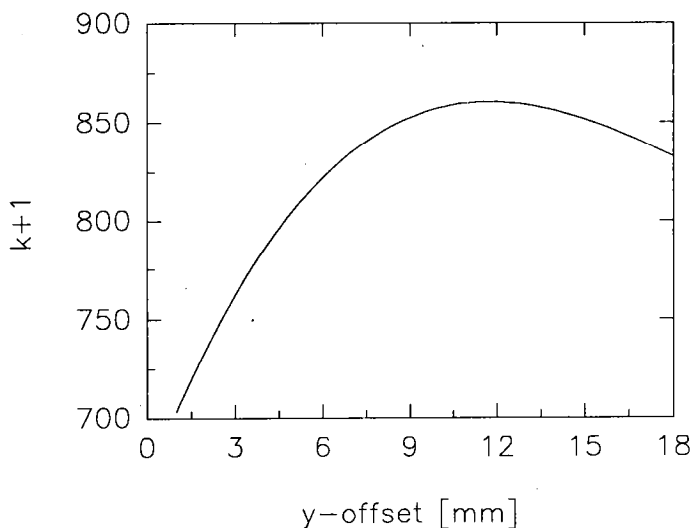


Abb. 6.13) Dämpfungsfaktor $k+1$ gegen die y -Achsenablage aufgetragen. Bei einer ungedämpften Güte von $Q = 7140$ entspricht $k+1 = 800$ einer gedämpften Güte von $Q_g = 9$.

Tabelle 6.4

Meßergebnis für die gedämpfte $HEM_{110}\pi$ -Mode.

f [GHz]	R_{\perp} [Ω]	Q	$k+1$
3.39	464	$8.4 < Q < 9.5$	851

Im Vergleich zum gedämpften Einzeller erreicht man eine um einen Faktor 1.5 stärkere Bedämpfung der Dipolmode, obwohl nur eine Zelle bedämpft ist. Dieser Sachverhalt kann damit erklärt werden, daß die Mode durch den Blendenschlitz so polarisiert wird, daß sich ihr "Schwerpunkt" in Richtung der Resonatorwand verschiebt. Dadurch verbessert sich ihr Koppelverhalten deutlich.

6.5.3. HOM-Dämpfung durch Ankopplung an das Blendenfeld

Man kann einen oder zwei Hohlleiter über einer Blende anbringen. Zur Ankopplung an das Feld der Mode in der Blende wird die Resonatorwand dort entlang der Resonatorachse geschlitzt, wobei seine Breite wieder auf die Cut-Off-Frequenz der Grundmode abgestimmt wird (vgl. Abb. 6.3). Diese Art der Ankopplung läßt die 0-Mode weitgehend unbeeinflusst, da diese kein elektrisches Feld in der Blende und somit auch kein geeignetes Magnetfeld zur Ankopplung an das Magnetfeld der Hohlleitermode besitzt. Weiterhin liegen die Auskoppelschlitze in Richtung des Stromflusses aller TM-artigen Moden.

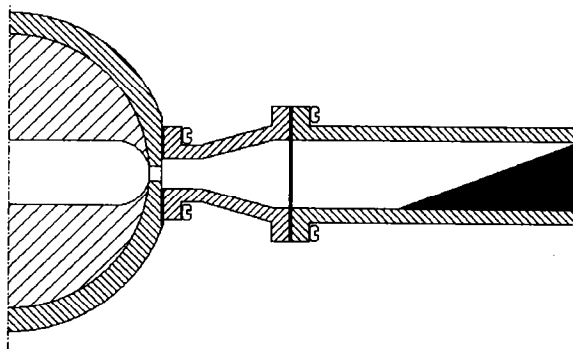


Abb. 6.14) Schematische Darstellung der Ankopplung an das Blendenfeld. Schnitt durch die Mittelblende der zweizelligen Struktur. Im Bild ist lediglich eine Hälfte dargestellt.

Die Höhe des Auskoppelschlitzes wurde durch Auffräsen auf 10mm, das ist gerade die Höhe des Hohlleiters des Übergangsstückes, eingestellt. Die Länge des Schlitzes betrug 60mm.

Zuerst wurden die Koppelschlitz mit Metallplatten verschlossen und die Resonanzfrequenzen und Güten der beiden Monopol- und Dipolmoden gemessen.

Tabelle 6.5

Resonanzfrequenzen und Güten von Monopol- und Dipolmoden am ungedämpften Zweizeller mit Ankopplung an das Blendenfeld.

	TM ₀₁₀ -0-Mode	TM ₀₁₀ - π -Mode	TM ₁₁₀ -0-Mode	TM ₁₁₀ - π -Mode
f [GHZ]	2.063	2.145	3.231	3.436
Q ₀	7250	6500	8640	7250

Danach wurden die Metallplatten entfernt und die Hohlleiter mit den Übergangsstücken an der Struktur montiert. Es wurden wieder Resonanzfrequenz und Güte für die gleichen Moden bestimmt. Abb. 6.15) zeigt das Modenspektrum des Zweizellers mit Dämpfung.

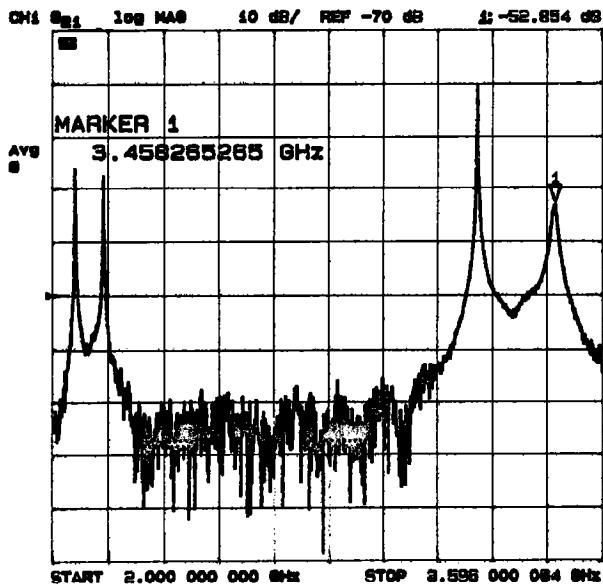


Abb. 6.15) Modenspektrum der zweizelligen Struktur mit montierten Dämpfern. Links im Bild sieht man die beiden Resonanzspitzen der TM₀₁₀-Mode, rechts die beiden Dipolmoden. Während die 0-Mode nahezu ungestört bleibt, nimmt die Amplitude der π -Mode stärker ab. Ihre Güte reduziert sich um einen Faktor $k+1 = 27$ auf 270.

Tabelle 6.6

Resonanzfrequenzen und Güten von Monopol- und Dipolmoden am gedämpften Zweizeller mit Ankopplung an das Blendenfeld.

	TM ₀₁₀ -0-Mode	TM ₀₁₀ - π -Mode	TM ₁₁₀ -0-Mode	TM ₁₁₀ - π -Mode
f [GHZ]	2.063	2.145	3.23	3.456
Q ₀	6900	6270	8100	270

Es zeigt sich, daß die erreichbare Dämpfung der HEM₁₁- π -Mode hier wesentlich geringer ausfällt, als im Falle der Ankopplung über Wandschlitze. Ihre gedämpfte Güte beträgt noch ca. 270; sie ist immer noch gut mit der 3dB-Methode meßbar. Der Dämpfungsfaktor beträgt bei dieser Art der Ankopplung $k+1 = 27$. Geht man wieder von einer transversalen Shuntimpedanz von 395k Ω für die ungedämpfte Struktur aus, so finden wir hier:

$$R_{\perp} \approx 14.6\text{k}\Omega \quad (6.29)$$

Die übrigen Moden werden durch das Koppelsystem praktisch nicht beeinflußt. Ihre Frequenzen bleiben nahezu konstant, ihre Güten ändern sich nur geringfügig. So sinken z.B. die Güten der Monopolmoden um jeweils ca. 4%, die der ersten Dipolmode um 6%. Die Ankopplung an das Blendenfeld ist somit eine Möglichkeit, sehr selektiv die π -Mode zu bedämpfen. Allerdings sind die erreichbaren Koppelfaktoren ungefähr 30 mal kleiner als bei der Ankopplung an das Magnetfeld der Mode (Wandschlitze).

6.5.4. Diskussion der Ergebnisse für verschiedene Collider-Konzepte

Im Anschluß sollen zwei Beispiele für Collider im S-Band und X-Band diskutiert werden. Für den hypothetischen S-Band Collider verwenden wir die Meßergebnisse der dreizelligen 2.2GHz-Modellstruktur. Wie wir schon oben gesehen haben, spielen SBBU-Effekte hier noch keine Rolle, Mikrowellen-Quadrupole werden nicht benötigt, der Resonator soll deshalb nur als Beispiel für eine gewöhnliche Beschleunigerstruktur angesehen werden. Für die Berechnung des transversalen Wakepotentials entnehmen wir die Daten für Frequenz und Shuntimpedanz aus den Ergebnissen von Kap. 5. Wir finden eine Frequenz der HEM₁₁-Mode von:

$$f = 4.09\text{GHz} \quad (6.30)$$

Die transversale Shuntimpedanz pro Längeneinheit beträgt:

$$\frac{r_{\perp}}{Q} \approx 75 \frac{\Omega}{\text{m}} \quad (6.31)$$

In Anlehnung an einen 3GHz-Collider [10] stellen wir die folgende Parameterliste auf:

Tabelle 6.7

Parameterliste für einen Linear-Collider bei 2.2GHz.

Anzahl der Teilchenpakete N	20
Abstand der Teilchenpakete s	2.22m
Anzahl Teilchen pro Bunch Z	$7 \cdot 10^9$
Eingangsenergie E_{cin}	3GeV
Endenergie E_{aus}	250GeV
Länge des Colliders L	15000m
Betatronwellenzahl am Eingang k_{β}	0.126m^{-1}
Frequenz der Beschleunigermode f_{B}	2.2GHz
Frequenz der HEM_{11} -Mode f_{HEM}	4.09GHz
Füllzeit T_f (6m Strukturlänge angenommen)	$0.31\mu\text{s}$
Füllzeit/Abklingzeit τ	0.41
r_{\perp}/Q	$75\Omega\text{m}^{-1}$
Güte der HEM-Mode	11900
Beschleunigungsfeldstärke E_z	20MVm^{-1}

Unter der Annahme, daß s gerade so gewählt ist, daß der Bunch ein Maximum des Wakes sieht, und ohne Berücksichtigung von Dämpfung ($Q_{\text{HEM}}=11900$) erhält man ein W_x von:

$$W_x = 1.994 \cdot 10^{14} \frac{V}{\text{Asm}^2} \quad (6.32)$$

Berücksichtigt man Beschleunigung, so muß die geometrische Länge z des Colliders durch seine effektive Länge ersetzt werden. Diese ist geringer als die geometrische. Es gilt:

$$L_{\text{eff}} \approx 2L \sqrt{\frac{E_{\text{aus}}}{E_{\text{cin}}}} \quad (6.33)$$

Setzt man in das Daisy-Chain-Kriterium ein, so findet man:

$$\frac{Z e^2 W_x}{2k_\beta E_{\text{ein}}} L_{\text{eff}} = 0.98 \quad (6.34)$$

Das Daisy-Chain-Kriterium ist für diesen Parametersatz bereits knapp erfüllt.

Um MBBU sicher kontrollieren zu können, muß in diesem Fall die HEM-Mode nur schwach bedämpft werden. Hierzu ist die Methode der Dämpfung durch Ankopplung an das Blendenfeld geeignet. Mit einem Koppelfaktor $k+1 = 25$ erreicht man schon Güten < 500 .

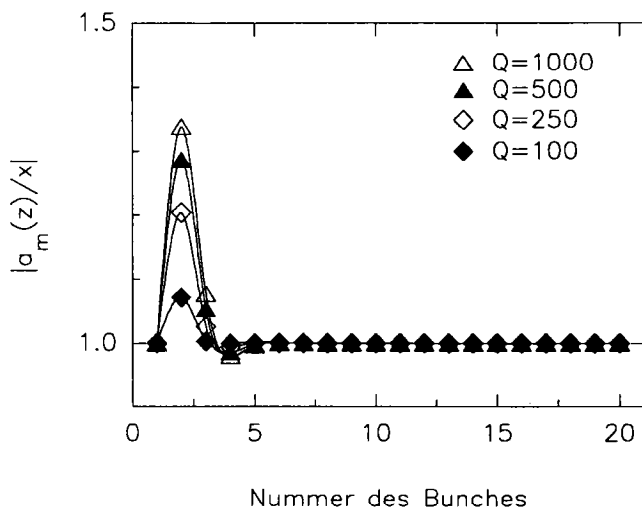


Abb. 6.16) Der Betrag der relativen Amplitude am Ende des Beschleunigers aufgetragen für die einzelnen Teilchenpakete im Bunch-Train, berechnet nach dem Daisy-Chain-Kriterium. Die transversale Teilchenbewegung ist $x_n(z) = a_n(z) \exp(ik_\beta z)$.

Die relativ großen Bunchabstände in Verbindung mit den im S-Band moderaten Wakefeldern bedeuten einigermaßen entspannte Anforderungen an die Stärke der äußeren Bedämpfung.

Wir wollen nun die Verhältnisse an einem X-Band-Collider studieren. Der Abstand s der Bunche soll jetzt so gewählt werden, daß die Einzelbunche eine möglichst geringe Energieverschmierung aufweisen. Das bedeutet, s muß bezüglich der Füllzeit und der Beschleunigungsfeldstärke etc. günstig gewählt werden. Man findet [51]:

$$s = \frac{2ZekcT_f\tau}{E_z} \quad (6.35)$$

Hierbei ist k der longitudinale Verlustfaktor der Beschleunigermode. Man findet das optimale s bei ca. 0.39m, damit wird $\sin(ks) = 0.79$.

Die Frequenz der störenden Dipolmode liegt immer um einen Faktor von ca. 1.5 über der Frequenz der Beschleunigermode. Skalieren wir den an der Modellstruktur gemessenen Wert für W_x nach einem 11.4GHz Collider, so finden wir:

$$W_x \approx 1.46 \cdot 10^{16} \frac{\text{V}}{\text{Asm}^2} \quad (6.36)$$

Numerische Simulationen einer NLC-Struktur (Rundblenden) ergeben einen Wert von ca. $6.25 \cdot 10^{16} \text{V/Asm}^m$. Wir setzen nun in das Daisy-Chain-Kriterium ein und erhalten im ungedämpften Fall:

$$\frac{Ze^2 W_x}{2k_B E_{\text{ein}}} L_{\text{eff}} = 11.07 \quad (6.37)$$

Tabelle 6.8

Parametersatz für einen X-Band Collider in Anlehnung an NLC [52].

Anzahl der Teilchenpakete N	10
Abstand der Teilchenpakete s	0.39m
Anzahl Teilchen pro Bunch Z	$9 \cdot 10^9$
Eingangsenergie E_{ein}	18GeV
Endenergie E_{aus}	250GeV
Länge des Colliders L	14000m
Betatronwellenzahl am Eingang k_B	0.313m^{-1}
Frequenz der Beschleunigermode f_B	11.4GHz
Frequenz der HEM_{11} -Mode f_{HEM}	17GHz
Füllzeit T_f	80ns
Füllzeit/Abklingzeit τ	0.41
W_x (skaliert)	$1.46 \cdot 10^{16} \text{VA}^{-1} \text{s}^{-1} \text{m}^{-2}$
Beschleunigungsfeldstärke E_z	20MVm^{-1}

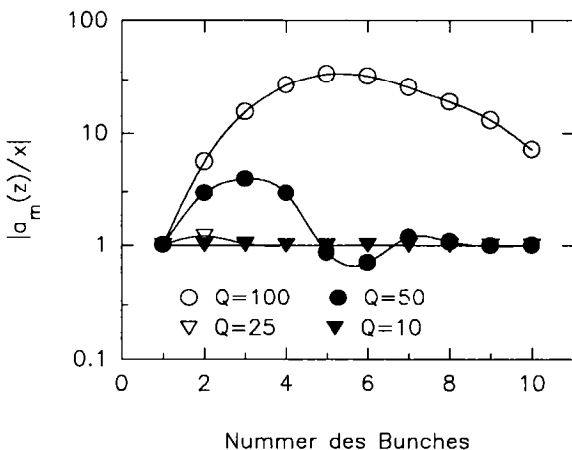


Abb. 6.17) Der Betrag der relativen Amplitude am Ende des Beschleunigers, aufgetragen für die einzelnen Teilchenpakete im Bunch-Train und berechnet nach dem Daisy-Chain-Kriterium. Die transversale Teilchenbewegung ist $x_n(z) = a_n(z) \exp(ik_\beta z)$.

Abb. 6.17) zeigt einen Vergleich für verschieden starke Bedämpfung der Dipolmode in einem hypothetischen X-Band-Collider. Eine Verringerung der Güte der Dipolmode auf $Q = 100$ ergibt einen Wert von 5.54 für das Argument der Reihe. Das Daisy-Chain-Kriterium ist nicht mehr streng anwendbar. Aufgrund der kleinen Bunchabstände ist das Wakefeld der vorausfliegenden Teilchenpakete erst für sehr niedrige Güten hinreichend stark abgeklungen. So wird zum Beispiel in unserem Fall für $Q = 25$ ein Wert von 0.66 erreicht. Gehen wir vom untersuchten Modellresonator aus und skalieren die dort gegebene Geometrie für einen X-Band-Collider, erhalten wir eine Güte der HEM-Mode von ca. 5000. Um auf eine Güte von unter 20 zu kommen, muß man einen Koppelfaktor $k+1 > 250$ erreichen. Derartige Koppelfaktoren sind durch Kopplung an das Magnetfeld der Mode erreichbar.

Fertigungstechnisch sind die oben beschriebenen Verfahren recht aufwendig. Deshalb versucht man für den JLC Resonatorstrukturen zu entwickeln, die bereits breitbandig in Bezug auf höhere Moden bedämpft sind ("Choke-Mode Cavity" [14]). Für das NLC-Projekt versucht man mit den sog. "Detuned Structures" auszukommen, wogegen beim DESY/THD-S-Band-Collider eine Kombination aus Detuning und Bedämpfung angestrebt wird.

Für TESLA benötigt man ebenfalls Dämpfer zur SBBU-Unterdrückung. Sie müssen dort jedoch anders konzipiert sein. Die oben gezeigten Dämpfungsmethoden sind nicht einfach auf supraleitende Strukturen übertragbar.

7. Zusammenfassung

Zukünftige lineare Collider werden hohe Anforderungen an die Strahlqualität stellen. Es muß ein Strahl großer Brillanz erzeugt werden. Die Strahlqualität muß über die gesamte Länge des Beschleunigers bis hin zum Wechselwirkungspunkt (Final Focus) erhalten werden. Alle gegenwärtig diskutierten Collider-Konzepte müssen sich gegen Multibunch-Strahlinstabilitäten (MBBU) vorsehen, für Collider mit Betriebsfrequenzen im und oberhalb des X-Bandes sind darüberhinaus Maßnahmen zur Unterdrückung bzw. Kompensation der Einzelbunch-Instabilitäten notwendig.

Zur Unterdrückung von Einzelbunch-Beam-Blowup (SBBU) ist die Einführung einer Energieverschmierung innerhalb des Bunches geeignet (vgl. Kap. 5). In Verbindung mit einem äußeren Strahlführungssystem kann damit ein Aufschwingen der hinteren Teilchen eines Bunches verhindert werden. Das Prinzip wird klar, wenn man sich ein Teilchenpaket aus z.B. zwei Einzelteilchen zusammengesetzt denkt. Unterschiedliche Energie der Einzelteilchen bedeutet im ultrarelativistischen Fall kein Auseinanderlaufen des Bunches, wohl aber eine verschiedene Steifigkeit der Einzelteilchen. In einem äußeren Strahlführungssystem werden die beiden Teilchen deshalb transversale Schwingungen mit unterschiedlichen Betatronwellenlängen ausführen. Die transversale Schwingung des zweiten Teilchens ist über das Wakefeld des ersten an dessen transversale Bewegung gekoppelt. Besitzen beide Teilchen die gleiche Energie und damit die gleiche Betatronwellenzahl, so bewirkt das vom ersten erzeugte Wakefeld die Anregung einer kohärenten Schwingung des zweiten mit immer größer werdender Amplitude. Der Bunch wird instabil.

Unter bestimmten vereinfachenden Annahmen haben Balakin, Novokhatsky und Smirnov [3] eine analytische Abschätzung der zur Unterdrückung dieses Aufschwingens nötigen Verschmierung der Betatronwellenlänge bzw. -Wellenzahl, das nach ihnen benannte BNS-Kriterium, angegeben.

Ein externes Fokussierungssystem ist aufwendig und teuer. Darüberhinaus ist eine allzu große Energieverschmierung im Bunch aus Gründen der Teilchendynamik im Wechselwirkungspunkt nicht sinnvoll. Eine mögliche Alternative bzw. Ergänzung zu externen Strahlführungssystemen stellen Strukturen dar, die die benötigten fokussierenden Felder direkt aus der Hochfrequenz gewinnen. Im Bunch benötigt man jetzt keine Energieverschmierung mehr, sondern vergrößert die Betatronwellenzahl der hinteren Teilchen durch eine stärkere Fokussierung. Das heißt, die Fokussierstärke zur Kompensation der in Richtung Bunchende ansteigenden Defokussierung durch die transversalen Wakefelder muß jetzt abhängig vom Ort einer Ladung im Bunch eingestellt werden. Es konnte im Rahmen der vorliegenden Arbeit gezeigt werden, daß gewöhnliche Rundblendenstrukturen geeignet sind, eine phasenabhängige Fo-

kussierung zu erzeugen. Bei den Rundblendenstrukturen erzielt man die Fokussierung über einen Phasenschlupf (die Geschwindigkeit von Ladung und Welle sind verschieden) zwischen Hochfrequenz und Teilchen im Beschleuniger. Das Prinzip ist ähnlich dem der in Niederenergie-Ionenbeschleunigern verwendeten alternierenden Phasenfokussierung (AP-Fokussierung). Die Stärke der Fokussierung ist hierbei wieder abhängig von der Phasenlage jedes Teilchens innerhalb eines Bunches in Bezug auf die Hochfrequenz. Damit eignen sich diese Strukturen prinzipiell zur Bedämpfung von SBBU-Effekten. In Verbindung mit externen Strahlführungssystemen ist ein Betrieb der Sektionen bis zu 0° Hf-Phase des Kopfteilchens möglich (minimaler Verlust an Beschleunigung; 0° Hf-Phase bedeutet hier, das Teilchen befindet sich genau dann in der Mitte der Struktur, wenn die beschleunigende Feldstärke maximal ist). Man hat aber in den fokussierenden Sektionen, bedingt durch den Phasenschlupf zwischen Ladung und Welle, nur ca. zwei Drittel der maximalen Hochfrequenzfeldstärke zur Beschleunigung zur Verfügung. Gleichzeitig kann man die Bunchlänge vergrößern, was geringere Spitzenwerte der longitudinalen Wakefelder bedeutet. Die maximale Feldstärke begrenzt aber die mögliche BNS-Dämpfung. Beschleunigende Felder von 100MV/m oder höher sind im X-Band für den Einsatz von Rundblendenstrukturen zur SBBU-Unterdrückung notwendig. Diese Feldstärke ist noch nicht die Obergrenze, bei Hochleistungstests am KEK wurden unlängst über 130MV/m erreicht [51].

Beim Multibunch-Betrieb eines Colliders müssen die Wirkungen der Einzelbunche aufeinander mit berücksichtigt werden. Das MBBU-Verhalten in Rundblendenstrukturen ist prinzipiell verstanden und beherrschbar (vgl. auch die experimentellen Ergebnisse in [46]).

Geht man jedoch zu höheren Collider-Frequenzen, reicht die mit gewöhnlichen Rundblendenstrukturen erzielbare Fokussierstärke nicht mehr zur Kompensation der SBBU-Effekte aus. Eine Lösung des Problems besteht darin, Strukturen gebrochener Symmetrie (Schlitzblenden oder rechteckförmiger Resonatorhohlraum) zu verwenden. Man erhält so Mikrowellen-Quadrupole (MWQ's). Diese arbeiten ohne Phasenschlupf. Teilchen und Welle sind synchron. Durch wechselnde Orientierung der Schlitze erhält man eine FODO-Struktur, analog dem zum Beschleunigen schwerer Ionen verwendeten RFQ-Prinzip. Die Fokussierstärke ist bei MWQ-Strukturen dem Produkt aus Feldstärke und Frequenz proportional (vgl. Kap. 5.3) und deshalb gerade im Bereich höchster Frequenzen vielfach größer als die mit Rundblendenstrukturen erreichbare. Man erzielt zum Beispiel bei $E_0 = 100\text{MV/m}$ und $f = 30\text{GHz}$ einen äquivalenten magnetischen Gradienten von ca. 105T/m. Es ist wieder durchaus möglich, das Strahlführungssystem des gesamten Colliders nur aus MWQ's aufzubauen. Man verliert dann, wie auch im Falle der Rundblenden,

an Beschleunigung. Legt man eine HF-Phase von 20° zu Grunde, bedeutet das einen Verlust von ca. 6% Beschleunigungsleistung. Der Verlust an Beschleunigung ist hier deutlich geringer als bei Rundblenden. Das ist gerade im Hinblick auf Bau- und Betriebskosten eines Colliders von Vorteil.

Kombiniert man Mikrowellenquadrupole mit einem äußeren Strahlführungssystem, so werden wieder 0° HF-Phase des Kopfteilchens möglich. Das bedeutet, man erhält wieder die volle BNS-Dämpfung ohne Verlust an Beschleunigung.

Mikrowellenquadrupole sind also besonders bei höchsten Frequenzen der Rundblendenfokussierung bezüglich der SBBU-Bedämpfung überlegen. Zur Überprüfung der theoretischen Voraussagen bezüglich der Fokussierstärke von MWQ's wurde ein Modellresonator gebaut und vermessen. Die Bestimmung der Felder in der Modellstruktur wurde mit Hilfe von Störkörpermessungen durchgeführt. Der verwendete Meßstand unterscheidet sich von herkömmlichen Anlagen dadurch, daß nicht wie sonst üblich der Störkörper durch die Struktur sondern die Struktur auf einem Lineartisch über den fest eingespannten Störkörper gezogen wird. Dieses Verfahren ist insbesondere für Messungen bei sehr hohen Frequenzen vorteilhaft, da ein Aufschwingen des Fadens während der Messung so verhindert wird. Allerdings stellen sich höhere Ansprüche an die Genauigkeit der mechanischen Justierung der Struktur-Längsachse in Bezug auf den Faden, da beide über den gesamten Meßweg parallel sein sollen. Die verwendete Störkörpermethode mißt die Änderung des Transmissionsfaktors in Abhängigkeit von der Störkörperposition. Es handelt sich dabei im Prinzip um eine Phasenmessung, hat jedoch gegenüber jener den Vorteil, daß sie gleichzeitig erlaubt, die Stärke der Feldstörung zu überwachen und so den Störkörper optimal anzupassen.

Mit Hilfe einer einfachen analytischen Abschätzung konnte die Stärke der in einem MWQ zu erwartenden Fokussierung für den Fall eines sehr schmalen Schlitzes angegeben werden. Für die untersuchte Modellstruktur liefert sie einen auf die Beschleunigungsfeldstärke bezogenen Fokussiergradienten von 76.9nT/V in beide Richtungen längs und quer zum Blendenschlitz. MAFIA-Rechnungen ergaben geringfügig niedrigere Werte. Messung und theoretische Abschätzung unterscheiden sich um weniger als 3%. Es zeigte sich eine sehr gute Übereinstimmung der Vorhersagen mit dem Experiment. Erwähnenswert ist die gute Genauigkeit der analytischen Abschätzung noch bei großer Schlitzhöhe (34mm bei der Modellstruktur).

Weiterhin wurden modifizierte Strukturen (Rundblende im Rechteckresonator) untersucht, die ebenfalls MWQ's darstellen. Man erreicht mit diesem Typ aber nur um ca. 40% geringere Fokussiergradienten, bekommt jedoch gleichzeitig eine fertigungstechnisch einfachere Struktur.

Auf das transversale Wakefeldverhalten einer Struktur kann (vgl. Kap. 3) durch Messung gut zugänglicher Resonatorkenngrößen zurückgeschlossen werden; das transversale Wakepotential wird mit Hilfe von Güte und Shuntimpedanz ermittelt. Das (Dipol-)Wakepotential der Modellstruktur wurde numerisch berechnet und mittels Störkörpermessung bestimmt. Es zeigte sich, daß die transversalen Wakefelder der Rechteckblendenstruktur gegenüber Rundblenden nicht erhöht sind. Sie liegen in der selben Größenordnung wie die einer Irisstruktur vergleichbarer Gruppengeschwindigkeit (Apertur).

Im Multibunchbetrieb kommt es darauf an, daß es gelingt, die von vorausfliegenden Teilchenpaketen angefachten Wakefelder so zu beeinflussen, daß ihre schädliche Wirkung auf den Strahl aufgehoben wird. Wichtigster Vertreter dieser sogenannten HOM ist dabei die $\text{HEM}_{11}\text{-}\pi$ -Mode. Diese zu bedämpfen wird durch das Anbringen von Koppelschlitzten in der Struktur erreicht. Man hat dabei die Möglichkeit, an die Mode in der Zelle (Wandschlitz) oder in der Blende (Ankopplung an das TE-artige Feld in der Blende) anzukoppeln. Das Wakefeldverhalten wurde mit Hilfe von Störkörpermessungen bestimmt. Es ist hierbei besonders wichtig, ein Verfahren zur Verfügung zu haben, daß es erlaubt, Resonatorgüten in der Größenordnung von einigen zehn zuverlässig zu bestimmen. Eine geeignete Methode wurde in der nichtresonanten Störkörpermessung gefunden [19]. Hierbei ist keine Resonanz in der Struktur erforderlich. Benötigt man nur eine integrale Messung der Feldstärke entlang des Teilchenweges in der Struktur, kann man anstelle von kurzen Störkörpern lange Störstäbe verwenden.

Es wurden verschiedene ein- und zweizellige in Bezug auf die TM_{110} bzw. $\text{HEM}_{11}\text{-}\pi$ -Mode bedämpfte Strukturen gebaut. Die erreichten Dämpfungsfaktoren (Gütereduktion) bei der Ankopplung über Wandschlitz liegen im Bereich $k+1 = 800$, das entspricht für den Fall des untersuchten zweizelligen Schlitzblendenstruktur einer Resonatorgüte von ca. 9. Im Vergleich zum Einzeller ist der Dämpfungsfaktor um ca. 35% größer. Der Grund dafür liegt in der sehr guten Polarisierung der Dipolmode durch den Blendenschlitz. In einer realen Beschleunigerstruktur muß aber größerer Wert auf eine sorgfältige Dimensionierung des Koppelschlitzes gelegt werden, um die Beschleunigermode so gering wie möglich zu beeinträchtigen; der Güteverlust der Grundmode betrug am Testresonator in etwa 20%.

Koppelt man über das Blendenfeld an die Mode an, so ist der Einfluß des Schlitzes auf die Beschleunigermode fast vernachlässigbar ($< 5\%$). Gleichzeitig ist aber der erreichte Dämpfungsfaktor viel geringer. Im Experiment wurde $k+1 = 27$ gemessen.

Zusammenfassend kann festgestellt werden: Während Multibunch-Instabilitäten in allen Collider-Konzepten (CLIC mit Einschränkungen) eine

wichtige Rolle spielen, sind SBBU-Effekte erst ab X-Band-Betriebsfrequenzen von Bedeutung. Die zu ihrer Unterdrückung benötigte Fokussierung kann zwar prinzipiell durch Einführen einer anfänglichen Energieverschmierung in den einzelnen Bunchen erreicht werden, günstiger jedoch durch mikrowellenfokussierende Strukturen. Dadurch kann auf Energieverschmierung verzichtet werden. Sie können allein oder in Verbindung mit externen Linsensystemen zur Strahlführung verwendet werden. Letzteres ist besonders bei MWQ's vorteilhaft, da man so die volle BNS-Dämpfung erhält, ohne an Beschleunigung zu verlieren. Der Einsatz von MWQ's für CLIC ist vorgesehen.

Denkt man an Multibunch-Betrieb des Colliders, ist es notwendig, gefährliche höhere Moden (insbesondere die $\text{HEM}_{11}\text{-}\pi$ -Mode) so weit zu bedämpfen, daß die Strahlqualität nicht leidet. MWQ-Strukturen eignen sich besonders gut aufgrund ihrer Geometrie zur Auskopplung der gefährlichen Moden; man erreicht z.B. an einem Zweizeller mit Schlitzblenden um ca. 60% höhere Störmodendämpfung als bei einer vergleichbaren konventionellen Irisstruktur (vgl auch [43]).

8. Literaturverzeichnis

- [1] Palmer, R.B., Prospects for High Energy e^+e^- Linear Colliders, SLAC-PUB-5195, Stanford 1990
- [2] Lawson, J. D., Linear Collider Constraints: Some Implications for Future Accelerators, CERN 85-12 and CLIC Note 1, Genf 1985
- [3] Balakin, V.E., Novokhatsky, A.V., Smirnov, V.P., Proceedings of the 12th International Conference on High Energy Accelerators, Fermilab, p.119, 1983
- [4] Harrison, M., The Fermilab $\bar{p}p$ Collider, Fermi Natl. Lab., 4th Workshop on $\bar{p}p$ Collider Physics, CERN 84-09, März 1984
- [5] Tigner, M., The SSC Reference Designs Study, Proc. of the 1984 Seminary on Future Perspectives in High Energy Physics, Tsukuba Jpan, KEK 84-14, Mai 1984
- [6] The LEP Study Group, Design Study of a 22 to 130GeV e^+e^- Colliding Beam Machine (LEP), CERN/ISR-LEP/79-33, August 1979
- [7] Amaldi, U., Phys. Lett., vol B61, p 313, 1976
- [8] Balakin, V., The Status of VLEPP, 3rd Int. Workshop on Linear Colliders, LC91, vol. 1, pp. 302-342, Protvino 1991
- [9] SLC Design Handbook, SLAC, Stanford 1984
- [10] Balewski, K. et al., DESY und TH-Darmstadt, Status Report of a 500GeV S-Band Linear Collider Study, DESY 91-153, pp. 1-39, 1991
- [11] Ruth, R., The Status of NLC, 3rd Int. Workshop on Linear Colliders, LC91, vol. 1, pp. 107-140, Protvino 1991
- [12] Haimson, J., Use of TW-Structure in High Power RF Generation, 3rd Int. Workshop on Linear Colliders, LC91, vol. 3 (2), pp. 338-351, Protvino 1991
- [13] Takata, K., Status of the JLC, 3rd Int. Workshop on Linear Colliders, LC91, vol. 1, pp. 141-175, Protvino 1991
- [14] Shintake, T., The Choke Mode Cavity, Proc. HEACC'92 (preprint), Hamburg 1992
- [15] Johnsen, K., et al., Report of the Advisory Panel on the Prospects for e^+e^- Colliders in the TeV Range, CERN 87-12, Mai 1987
- [16] The TESLA Collaboration, A Proposal to Construct and Test Prototype Superconducting R.F. Structures for Linear Colliders, Februar 1992
- [17] Chu, E. L., Hansen, W.W., The Theory of Disk-Loaded Wave Guides, Journal of Applied Physics, vol. 18, pp. 996-1008, 1947
- [18] Simonyi, K., Theoretische Elektrotechnik, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 8. Aufl., Berlin 1980

- [19] Hülsmann, P., Kurz, M., Klein, H., Determination of Field Strength and Quality Factor of Heavily Damped Accelerator Cavities, Electronics Letters, 27, pp. 1727-1729, 1991
- [20] Unger, G.F., Elektromagnetische Theorie für die Hochfrequenztechnik, Bd. 2, Dr. Alfred Hüthig Verlag, Heidelberg, 1981
- [21] Hülsmann, P., Kurz, M., Erregung von Eigenschwingungen in Hohlleitern, Inst. f. Angew. Physik, Int.-Rep. 90-13, Frankfurt 1990
- [22] Chao, A. W., Coherent Instabilities of a Relativistic Bunched Beam, SLAC-PUB-2946, pp. 1-173, 1982
- [23] Panofsky, W.K.H., Wenzel, W.A., Some Considerations Concerning the Transverse Deflection of Charged Particles in Radio-Frequency Fields, Rev. Sci. Instr., vol 27, p 976, 1956
- [24] Condon, E.U., Forced Oscillations in Cavity Resonators, Journal of Applied Physics, vol. 12, pp. 129-132, 1941
- [25] Bronstein, I.N., Semendjajew, K.A., Taschenbuch der Mathematik, 22. Auflage, Verlag H. Deutsch, Frankfurt 1985
- [26] Wilson, P.B., Introduction to Wakefields and Wake Potentials, SLAC-PUB-4547, SLAC/AP-66, Januar 1989
- [27] Helm, R.H., Loew, G.A., Beam Breakup aus: Linear Accelerators, North-Holland Publ. Co., Amsterdam 1970
- [28] Hülsmann, P., Kurz, M., A Method for Measuring Transversal Momentum Gain due to Dipole and Quadrupole TM-Type Modes, Inst. f. Angew. Physik, Int.-Rep. 90-20, Frankfurt 1990
- [29] Steffen, K.G., High Energy Beam Optics: Monographs and Texts in Physics and Astronomy, Interscience Publishers, 1965
- [30] Nethe, A., Filtz, M., Transversale Beam-Dynamik, Inst. f. Theoretische Elektrotechnik, TU-Berlin, Vortrag Riezlern 1991
- [31] Palmer, R. B., Stanford Linear Accelerator Center, Private Mitteilungen
- [32] Schnell, W., CERN-LEP-RF/87-24, CLIC Note 34, Genf 1987
- [33] Wilson, I., Henke, H., Transverse Focusing Strength of CLIC Slotted Iris Accelerating Structures, CERN, CLIC Note 62, Genf 1988
- [34] Weiland, T., Solving Maxwell's Equations in 3D and 2D by Means of MAFIA, Proc. Conf. on Computer Codes and the Linear Accelerator Community, p. 3ff, Los Alamos 1990
- [35] Henke, H., Schnell, W., CERN-LEP-RF/86-13, Genf 1986
- [36] Müller, J., Untersuchung über elektromagnetische Hohlräume, Zeitschrift für Elektrotechnik und Hochfrequenztechnik, pp. 157-161, 1939

- [37] Kummer, K., Grundlagen der Mikrowellentechnik, VEB Verlag Technik Berlin, 2. Auflage, 1989
- [38] Kurz, M., Hülsmann, P., Klein, H., Schempp, A., Measurements on Iris-Structures with Rectangular Holes, Proc. Part. Acc. Conf, San Francisco 1991
- [39] Schnell, W., The CERN Study of a Linear Collider in the TeV Range, CERN, CLIC Note 151, Genf 1991
- [40] Kurz, M., Hülsmann, P., Glock, H.-W., Klein, H., Transversal Loss Factor of an rf-Focusing Iris Structure, Proc. EPAC 92 (2), pp. 874-876, 1992
- [41] Maier, L. C., Slater, J. C., Field Strength Measurements in Resonant Cavities, Journal of Applied Physics, vol. 23 (1), Januar 1952
- [42] Henke, H., Proc. Part. Acc. Conf., Washington D.C., 1987
- [43] Hülsmann, P., Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Bestimmung der transversalen Shuntimpedanz und Güte an störmodenbedämpften Beschleunigerresonatoren für lineare Kollider und Hochstrombeschleuniger in mittleren und hohen Energiebereichen, Dissertation, Inst. f. Angew. Physik, Frankfurt 1992
- [44] Herminghaus, H., Euteneuer, H., Beam Blowup in Race Track Microtrons, NIM 163, pp. 299-308, 1979
- [45] Miller, R. H., Adolphsen, C., Bane, K.L.F, et al, Accelerator Structure Work for NLC, SLAC-PUB-5865, 1992
- [46] Thompson, K.A., Ruth, R.D., Controlling Transverse Multibunch Instabilities in Linacs of High-Energy Colliders, Phys.Rev.D, 41-3, pp. 964-977, 1990
- [47] Steele, C. W., A Nonresonant Perturbation Theory, IEEE Trans. MTT-14 (2), pp. 70-74, Februar 1966
- [48] Herminghaus, H., Inst. f. Kernphysik, Univ. Mainz, Private Mitteilungen
- [49] Hülsmann, P., Kurz, M., Glock, H.-W., Klein, H., Determination of Field Strength and Quality Factor of Heavily HOM Damped Accelerator Cavities, Proc. EPAC 92 (2), pp. 1307-1309, 1992
- [50] Deruyter, H. et al., Damped Accelerator Structures, SLAC-PUB-5263, 1990
- [51] Ruth, R.D., Workshop on the Physics of Linear Colliders, Capri 1988, SLAC-PUB-4541, 1988
- [52] Ruth, R.D., NLC-Parameters, Private Mitteilungen, Oktober 1992
- [53] Wilson, I., CERN, Private Mitteilungen, Juni 1993

Meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr. Horst. Klein, möchte ich an dieser Stelle danken, daß er die vorliegende Arbeit ermöglichte und stets durch wertvolle Beiträge förderte. Ich bedanke mich bei Herrn Dr. Peter Hülsmann für die kameradschaftliche Zusammenarbeit während der letzten Jahre. Ohne ihn wäre die vorliegende Arbeit in dieser Form nicht denkbar gewesen.

Bei meinen Kollegen Dipl.-Phys. H.-W. Glock und Dipl.-Phys. J. Dehen bedanke ich mich für ihre stete Bereitschaft, aufkommende Probleme zu diskutieren, sowie für ihre Beiträge zum guten Betriebsklima in der Arbeitsgruppe.

Mein Dank gilt auch Herrn Prof. Dr. P. Junior, der das Entstehen dieser Arbeit stets mit großem Interesse verfolgte.